Michael Buhlmann

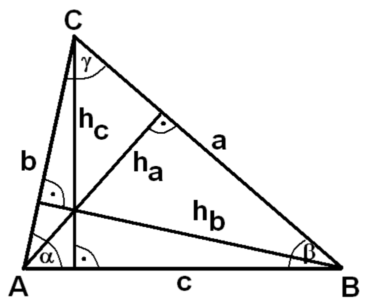
Mathematik-Formelsammlung
> Geometrie
> Geometrische Figuren I

Dreieck, Trapez, Parallelogramm, Quadrat, Rechteck, Kreis usw. nennt man geometrische Figuren. Sie haben einen Flächeninhalt A und einen Umfang U, die berechnet und aus denen wieder die anderen Größen bestimmt werden können.

Dreiecke

Allgemeines Dreieck der Ecken A, B, C mit Seitenlängen a, b, c und Höhen h_a, h_b, h_c auf den Seiten bzw. Grundseite g und Höhe h sowie Winkeln an den Ecken α, β, γ.

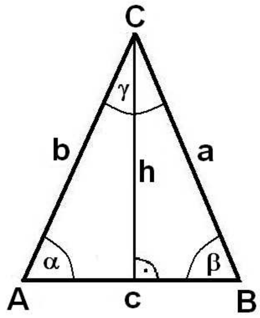
Dreiecke



Winkelsumme	α + β + γ = 180°		
	α = 180° – β – γ	β = 180° – α – γ	γ = 180° – α – β
Umfang	U = a+b+c		
	a = U – b – c	b = U – a – c	c = U – a – b
Flächeninhalt	$A=\frac{ah_a}{2}$	$a=\frac{2A}{h_a}$	$h_a=\frac{2A}{a}$
	$A=\frac{bh_b}{2}$	$b=\frac{2A}{h_b}$	$h_b=\frac{2A}{b}$
	$A=\frac{ch_c}{2}$	$c=\frac{2A}{h_c}$	$h_c=\frac{2A}{c}$
	$A=\frac{gh}{2}$	$g=\frac{2A}{h}$	$h=\frac{2A}{g}$
Dreiecke			

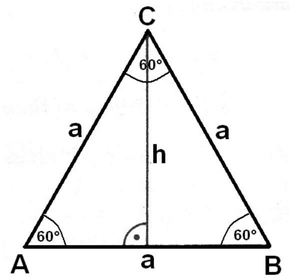
Gleichschenklige Dreiecke

Gleichschenkliges Dreieck der Ecken A, B, C mit Seitenlängen a, b, c (a = b) und Höhe h = h_c auf der Grundseite g = c sowie mit den Basiswinkeln α, β (α = β) und dem Winkel an der Spitze γ.

<table>
<tr><th colspan="4">Gleichschenklige Dreiecke</th></tr>
<tr><td colspan="4">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Winkelsumme</td><td>α + β + γ = 180°</td><td>α = β</td><td></td></tr>
<tr><td>$\alpha = \frac{180° - \gamma}{2} = 90° - \frac{\gamma}{2}$</td><td>$\beta = \frac{180° - \gamma}{2} = 90° - \frac{\gamma}{2}$</td><td>γ = 180° – 2α
= 180° – 2β</td></tr>
<tr><td>Umfang</td><td>U = 2a + c</td><td>$a = \frac{U - c}{2}$</td><td>c = U – 2a</td></tr>
<tr><td>Flächeninhalt</td><td>$A = \frac{1}{2}ch$</td><td>$c = \frac{2A}{h}$</td><td>$h = \frac{2A}{c}$</td></tr>
<tr><td>Seiten</td><td>$\left(\frac{c}{2}\right)^2 + h^2 = a^2$</td><td>$a = \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + h^2}$</td><td>$c = 2\sqrt{a^2 - h^2}$</td></tr>
<tr><th colspan="4">Gleichschenklige Dreiecke</th></tr>
</table>

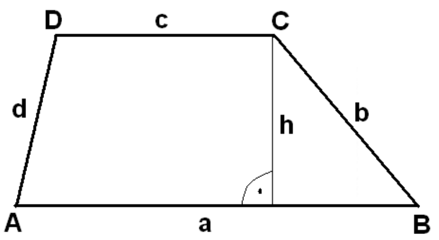
Gleichseitige Dreiecke

Gleichseitiges Dreieck der Ecken A, B, C mit Seitenlänge a und Höhe h sowie Winkel α = 60°.

<table>
<tr><th colspan="4">Gleichseitige Dreiecke</th></tr>
<tr><td colspan="4">
</td></tr>
<tr><td>Winkelsumme</td><td>3α = 180°</td><td>α = 60°</td><td></td></tr>
<tr><td>Umfang</td><td>U = 3a</td><td>$a = \frac{U}{3}$</td><td></td></tr>
<tr><td>Höhe</td><td>$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$</td><td>$a = \frac{2h}{\sqrt{3}}$</td><td></td></tr>
<tr><td>Flächeninhalt</td><td>$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$</td><td>$a = 2\sqrt{\frac{A}{\sqrt{3}}}$</td><td>$h = \sqrt{A\sqrt{3}}$</td></tr>
<tr><th colspan="4">Gleichseitige Dreiecke</th></tr>
</table>

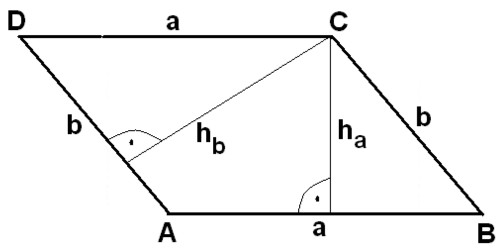
Trapeze

<u>Trapez</u> als Viereck ABCD mit den Seiten a, b, c, d, davon zwei parallelen Seiten a und c sowie mit Höhe h.

Trapeze			
			
Umfang	U = a + b + c + d		a= U – b – c – d
	b = U – a – c – d	c = U – a – b – d	d = U – a – b – c
Flächeninhalt	A = $\frac{a+c}{2} \cdot h$	a = $\frac{2A}{h} - c$	c= $\frac{2A}{h} - a$
Höhe	h = $\frac{2A}{a+c}$		
Trapeze			

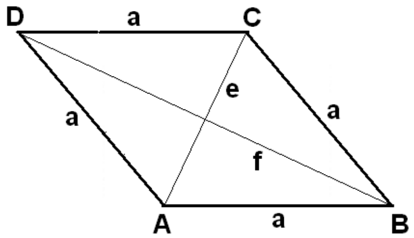
Parallelogramme

<u>Parallelogramm</u> als Viereck und Trapez ABCD mit je zwei gleich langen parallelen Seiten a und c sowie b und d sowie den Höhen h_a, h_b.

Parallelogramme			
			
Umfang	U = 2a + 2b	a = $\frac{U-2b}{2}$	b = $\frac{U-2a}{2}$
Flächeninhalt	A = ah_a	a = $\frac{A}{h_a}$	h_a = $\frac{A}{a}$
	A = bh_b	b = $\frac{A}{h_b}$	h_b = $\frac{A}{b}$
Parallelogramme			

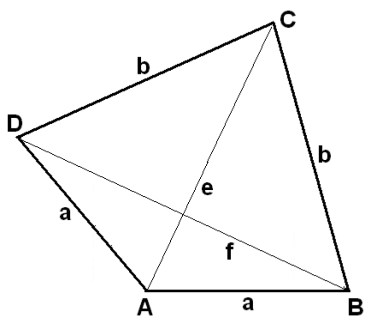
Rauten

Raute als Parallelogramm ABCD mit je zwei parallelen Seiten gleicher Seitenlänge a sowie den Diagonalen e und f.

Rauten			
			
Umfang	U = 4a	$a = \frac{U}{4}$	
Flächeninhalt	$A = \frac{ef}{2}$	$e = \frac{2A}{f}$	$f = \frac{2A}{e}$
Diagonalen	$\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2 = a^2$		
	$a = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2}$	$e = 2 \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{f}{2}\right)^2}$	$f = 2 \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{e}{2}\right)^2}$
Rauten			

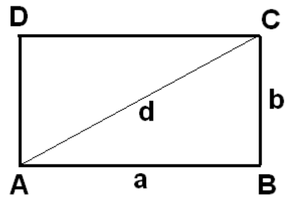
Drachen

Drache als Viereck ABCD mit je zwei gleich langen Seiten a = c und b = d sowie den Diagonalen e und f.

Drachen			
			
Umfang	U = 2a + 2b	$a = \frac{U - 2b}{2}$	$b = \frac{U - 2a}{2}$
Flächeninhalt	$A = \frac{ef}{2}$	$e = \frac{2A}{f}$	$f = \frac{2A}{e}$
Drachen			

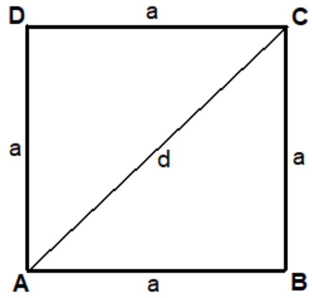
Rechtecke

Rechteck als Parallelogramm ABCD mit Seiten a, b und rechten Winkeln sowie der Diagonalen d.

Rechtecke			
			
Umfang	U = 2a +2 b	a = $\frac{U-2b}{2}$	b = $\frac{U-2a}{2}$
	U = $2a+2\frac{A}{a}$	U = $2\frac{A}{b}+2b$	
Flächeninhalt	A = ab	a = $\frac{A}{b}$	b = $\frac{A}{a}$
	A = $a\cdot\frac{U-2a}{2}$	A = $b\cdot\frac{U-2b}{2}$	
Seiten	a = $\frac{U}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{U^2-16A}$	b = $\frac{U}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{U^2-16A}$	
Diagonale	$a^2+b^2=d^2$		
	$d=\sqrt{a^2+b^2}$	$a=\sqrt{d^2-b^2}$	$b=\sqrt{d^2-a^2}$
Rechtecke			

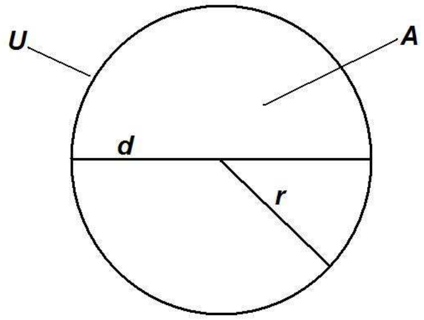
Quadrate

Quadrat als rechtwinklige Raute ABCD mit gleich langen Seiten der Länge a sowie mit der Diagonalen d.

Quadrate			
			
Umfang	U = 4a	$a = \frac{U}{4}$	$U = 4\sqrt{A}$
Flächeninhalt	$A = a^2$	$a = \sqrt{A}$	$A = \left(\frac{U}{4}\right)^2 = \frac{U^2}{16}$
Diagonale	$d = a\sqrt{2}$	$a = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$	
Quadrate			

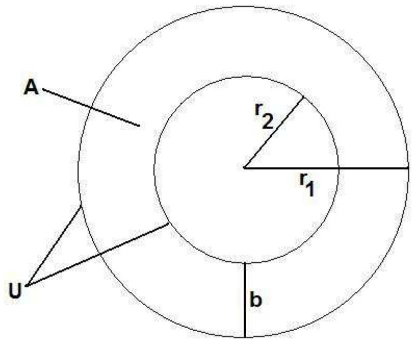
Kreise

Ein Kreis verbindet alle Punkte einer Ebene, die denselben Abstand, d.h. Radius r zum Mittelpunkt des Kreises haben. Ein Kreis wird weiter bestimmt durch seinen Durchmesser d, den Kreisumfang U und die Kreisfläche A.

<table>
<tr><th colspan="4">Kreise</th></tr>
<tr><td colspan="4">
</td></tr>
<tr><td>Radius, Durchmesser</td><td>$d = 2r$</td><td>$r = \frac{d}{2}$</td><td></td></tr>
<tr><td>Kreisumfang</td><td>$U = 2\pi r$</td><td>$U = \pi d$</td><td>$r = \frac{U}{2\pi}$</td></tr>
<tr><td>Kreisfläche</td><td>$A = \pi r^2$</td><td>$A = \frac{\pi d^2}{4}$</td><td>$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$</td></tr>
<tr><th colspan="4">Kreise</th></tr>
</table>

Kreisringe

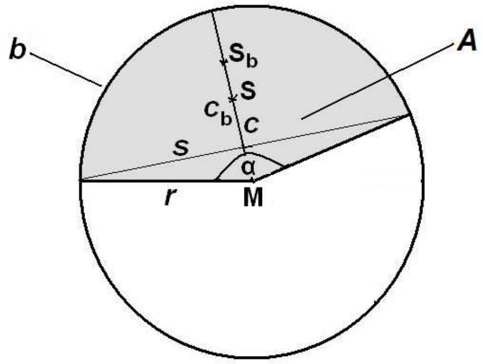
Ein Kreisring den Kreisumfang U und die Kreisfläche A.

Kreisringe			
			
Radius, Durchmesser	$d = 2r$	$r = \frac{d}{2}$	
Kreisumfang	$U = 2\pi r$	$U = \pi d$	$r = \frac{U}{2\pi}$
Kreisfläche	$A = \pi r^2$	$A = \frac{\pi d^2}{4}$	$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$
Kreisringe			

Kreisausschnitte

Ein Kreisausschnitt (Kreissektor) ist derjenige Teil des Kreises, der zwischen Kreismittelpunkt und Kreisbogen b den Mittelpunktswinkel α einschließt.

Kreisausschnitte



Kreisradius	$r = \frac{b \cdot 180°}{\pi\alpha}$	$r = \sqrt{\frac{A \cdot 360°}{\pi\alpha}}$	$r = \frac{2A}{b}$
Bogenlänge	$b = \pi r \frac{\alpha}{180°}$ $b = 2\pi r \frac{\alpha}{360°}$	$b = \sqrt{\frac{\pi A\alpha}{90°}}$	$b = \frac{2A}{r}$
Flächeninhalt	$A = \pi r^2 \frac{\alpha}{360°}$	$A = \frac{b^2 \cdot 90°}{\pi\alpha}$	$A = \frac{br}{2}$
Mittelpunktswinkel	$\alpha = \frac{b \cdot 180°}{\pi r}$	$\alpha = \frac{A \cdot 360°}{\pi r^2}$	$\alpha = \frac{b^2 \cdot 90°}{\pi A}$
Kreisausschnitte			