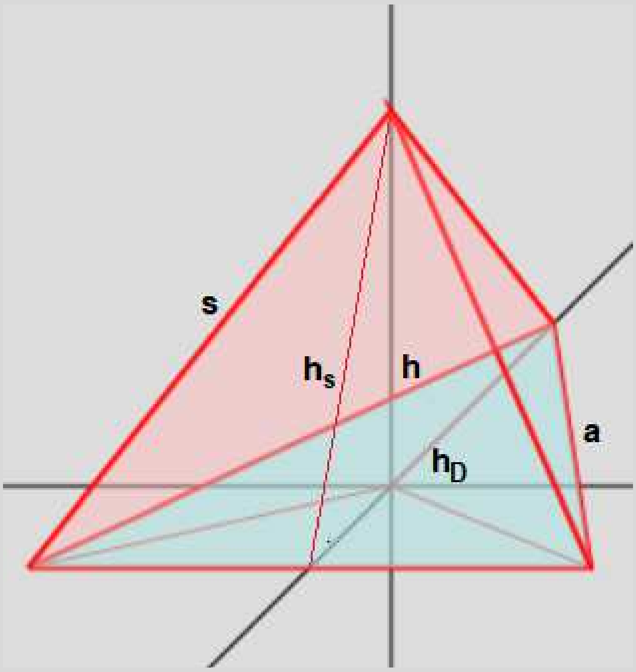
Michael Buhlmann

Mathematik-Formelsammlung
> Geometrie
> Pyramiden
> Regelmäßige Dreieckpyramiden

Eine (gerade) Pyramide mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche ist durch die Grundkantenlänge a, die Pyramidenhöhe h bestimmt, weiter durch die Seitenhöhe h_s, die Kantenlänge s, die Oberfläche O, die Mantelfläche M, die Grundfläche G und das Volumen V. Die Grundfläche G ist ein gleichseitiges Dreieck mit Grundseite a und Dreieckshöhe h_D.

Regelmäßige Dreieckpyramide

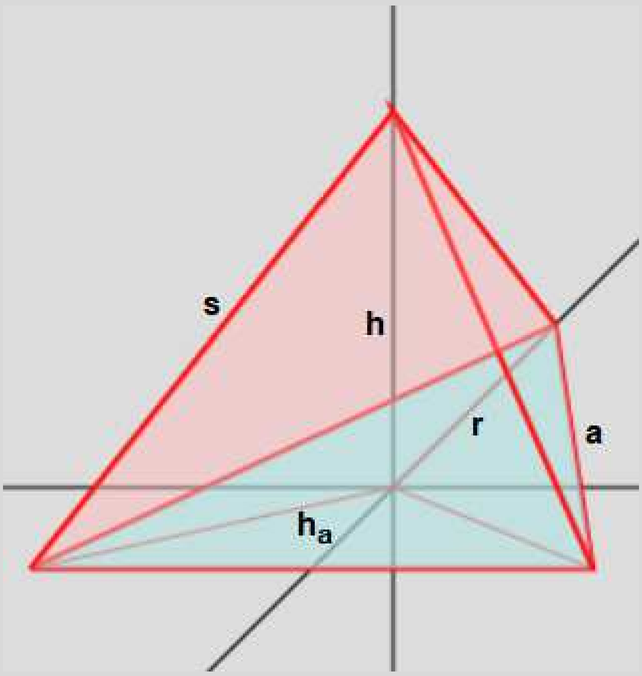


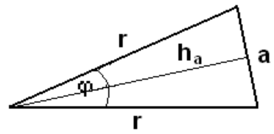
Eckenanzahl (Grundfläche)	n = 3		
Grundflächendreieck	$G = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$	$a = \sqrt{\frac{4G}{\sqrt{3}}}$	$h_D = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
Pyramidenumfang	u = 3a	$a = \frac{u}{3}$	
Seitenhöhe	$h_s^2 = h^2 + \left(\frac{h_D}{3}\right)^2$	$h^2 = h_s^2 - \left(\frac{h_D}{3}\right)^2$	$h_D^2 = 9(h_s^2 - h^2)$
Seitenkante	$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$h_s^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - h_s^2$

Pyramidenhöhe	$s^2 = h^2 + \left(\frac{2h_D}{3}\right)^2$	$h^2 = s^2 - \left(\frac{2h_D}{3}\right)^2$	$h_D^2 = \frac{9}{4}\left(s^2 - h^2\right)$
Mantelfläche	$M = \frac{3ah_s}{2}$	$h_s = \frac{2M}{3a}$	$a = \frac{2M}{3h_s}$
Oberfläche	$O = G + M = \frac{a}{4}\left(a\sqrt{3} + 6h_s\right)$	$G = O - M$	$M = O - G$
Volumen	$V = \frac{G \cdot h}{3}$	$G = \frac{3V}{h}$	$h = \frac{3V}{G}$
Winkel zwischen Kante s und Grundkante a	$\sin\alpha = \frac{h_s}{s}$	$\cos\alpha = \frac{a}{2s}$	$\tan\alpha = \frac{2h_s}{a}$
Winkel zwischen Seitenhöhe h_s und Grundfläche G	$\sin\beta = \frac{h}{h_s}$	$\cos\beta = \frac{h_D}{3h_s}$	$\tan\beta = \frac{3h}{h_D}$
Winkel zwischen Kante s und Grundfläche G	$\sin\gamma = \frac{h}{s}$	$\cos\gamma = \frac{2h_D}{3s}$	$\tan\gamma = \frac{3h}{2h_D}$
Regelmäßige Dreieckpyramide			

Eine (gerade) Pyramide mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche ist durch die Grundkantenlänge a, die Pyramidenhöhe h, den Innenwinkel φ bestimmt, weiter durch die Seitenhöhe h_s, die Kantenlänge s, die Oberfläche O, die Mantelfläche M, die Grundfläche G und das Volumen V. Die Grundfläche G besteht aus 3 gleichschenkligen (Grundflächen-) Dreiecken mit Innenwinkel φ = 360°/3 = 120°, Grundseite a, Grundflächenradius r und Dreieckshöhe h_a.

Regelmäßige Dreieckpyramide



Eckenanzahl (Grundfläche) Grundflächendreieck	n = 3		
Innenwinkel	$\varphi = 120°$	$\frac{\varphi}{2} = 60°$	
Grundflächendreieck	$r = \frac{a}{\sqrt{3}}$	$h_a = \frac{a}{2\sqrt{3}}$	$h_a = \frac{r}{2}$
	$r^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$h_a^2 = r^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = r^2 - h_a^2$
Pyramidenumfang	u = 3a	$a = \frac{u}{3}$	
Grundfläche	$G = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$		$a = \sqrt{\frac{4G}{\sqrt{3}}}$
Seitenhöhe	$h_s^2 = h^2 + h_a^2$	$h^2 = h_s^2 - h_a^2$	$h_a^2 = h_s^2 - h^2$
Seitenkante	$s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$h_s^2 = s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - h_s^2$
Pyramidenhöhe	$s^2 = h^2 + r^2$	$h^2 = s^2 - r^2$	$r^2 = s^2 - h^2$
Mantelfläche	$M = \frac{3ah_s}{2}$	$h_s = \frac{2M}{3a}$	$a = \frac{2M}{3h_s}$
Oberfläche	$O = G + M$	$G = O - M$	$M = O - G$
Volumen	$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{a^2 h}{12}\sqrt{3}$	$G = \frac{3V}{h}$	$h = \frac{3V}{G}$
Winkel zwischen Kante s und Grundkante a	$\sin\alpha = \frac{h_s}{s}$	$\cos\alpha = \frac{a}{2s}$	$\tan\alpha = \frac{2h_s}{a}$
Winkel zwischen Seitenhöhe h_s und Grundfläche G	$\sin\beta = \frac{h}{h_s}$	$\cos\beta = \frac{h_a}{h_s}$	$\tan\beta = \frac{h}{h_a}$
Winkel zwischen Kante s und Grundfläche G	$\sin\gamma = \frac{h}{s}$	$\cos\gamma = \frac{r}{s}$	$\tan\gamma = \frac{h}{r}$
Regelmäßige Dreieckpyramide			

www.michael-buhlmann.de / 07.2017