Michael Buhlmann

Mathematik-Formelsammlung
> Logik
> (Klassische) Aussagenlogik

Mathematische <u>Aussagen</u> besitzen die zwei Wahrheitswerte „wahr“ oder „falsch“. Aussagen können miteinander verbunden werden (Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation) und dadurch zu neuen Aussagen werden. Es gelten dann folgende aussagenlogische <u>Grundregeln</u>:

Aussagenlogik			
Negation (nicht, ¬)			
¬A	**A**	**¬A**	
	wahr	falsch	
	falsch	wahr	
Verneinung der Negation (¬ nicht, ¬¬)			
¬(¬A)	**A**	**¬A**	**¬(¬A)**
A	wahr	falsch	wahr
	falsch	wahr	falsch
Konjunktion (und, $\wedge$)			
A $\wedge$ B	**A**	**B**	**A $\wedge$ B**
	wahr	wahr	wahr
	falsch	wahr	falsch
	wahr	falsch	falsch
	falsch	falsch	falsch
Verneinung der Konjunktion (¬ und, ¬ $\wedge$)			
¬(A $\wedge$ B)	**A**	**B**	**¬(A $\wedge$ B)**
¬A $\vee$ ¬B	wahr	wahr	falsch
	falsch	wahr	wahr
	wahr	falsch	wahr
	falsch	falsch	wahr
Disjunktion (oder [nichtausschließend], $\vee$)			
A $\vee$ B	**A**	**B**	**A $\vee$ B**
	wahr	wahr	wahr
	falsch	wahr	wahr
	wahr	falsch	wahr
	falsch	falsch	falsch

Verneinung der Disjunktion (¬ oder [nichtausschließend], ¬ ∨)			
¬(A ∨ B)	**A**	**B**	**¬(A ∨ B)**
¬A ∧ ¬B	wahr	wahr	falsch
	falsch	wahr	falsch
	wahr	falsch	falsch
	falsch	falsch	wahr

Implikation (Folgerung, hinreichende Bedingung, ->)			
A -> B	**A**	**B**	**A -> B**
¬B -> ¬A	wahr	wahr	wahr
¬A ∨ B	falsch	wahr	wahr
¬(A ∧ ¬B)	wahr	falsch	falsch
	falsch	falsch	wahr

Verneinung der Implikation (¬ Folgerung, hinreichende Bedingung, ¬ ->)			
¬(A -> B)	**A**	**B**	**¬(A -> B)**
A ∧ ¬B	wahr	wahr	falsch
¬(¬A ∨ B)	falsch	wahr	falsch
	wahr	falsch	wahr
	falsch	falsch	falsch

Implikation (Folgerung, notwendige Bedingung, <-)			
A <- B	**A**	**B**	**A <- B**
¬B <- ¬A	wahr	wahr	wahr
¬B ∨ A	falsch	wahr	falsch
¬(¬B ∧ A)	wahr	falsch	wahr
	falsch	falsch	wahr

Verneinung der Implikation (¬ Folgerung, hinreichende Bedingung, ¬ <-)			
¬(A <- B)	**A**	**B**	**¬(A <- B)**
B ∧ ¬A	wahr	wahr	falsch
¬(¬B ∨ A)	falsch	wahr	wahr
	wahr	falsch	falsch
	falsch	falsch	falsch

Äquivalenz (Bikonditional, <->)			
A <-> B	**A**	**B**	**A <-> B**
(A -> B) ∧ (B -> A)	wahr	wahr	wahr
(¬A ∨ B) ∧ (¬B ∨ A)	falsch	wahr	falsch
	wahr	falsch	falsch
	falsch	falsch	wahr

Verneinung der Äquivalenz (¬ Bikonditional, oder [ausschließend], ¬ <->)			
¬(A <-> B)	**A**	**B**	**¬(A <-> B)**
¬(A -> B) ∨ ¬(B -> A)	wahr	wahr	falsch
(A ∧ ¬B) ∨ (B ∧ ¬A)	falsch	wahr	wahr
	wahr	falsch	wahr
	falsch	falsch	falsch
Aussagenlogik			

Implikation und Äquivalenz können also auf Konjunktion und Disjunktion zurückgeführt werden. Für die Negation (Verneinung) gelten zudem die De Morganschen Regeln, d.h.:

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$
$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$
$$A \wedge B \Leftrightarrow \neg(\neg A \vee \neg B)$$
$$A \vee B \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$$