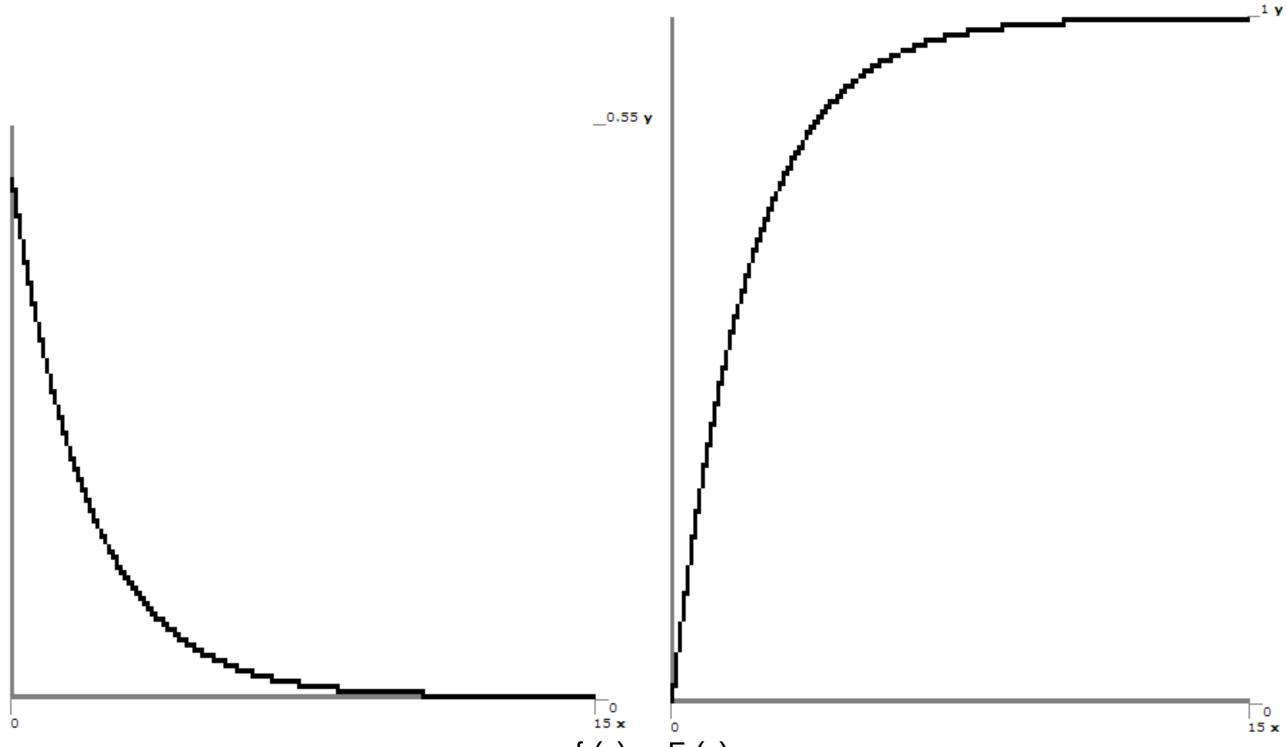
Michael Buhlmann

Mathematik-Formelsammlung
> Statistik
> Exponentialverteilung

Die (stetige) Zufallsvariable X sei exponentialverteilt mit Parameter λ>0. Die Exponentialverteilung mit Parameter λ besitzt:

Dichtefunktion: $f_\lambda(x) = \begin{cases} 0 & (x<0) \\ \lambda e^{-\lambda x} & (x \ge 0) \end{cases}$, Verteilungsfunktion: $F_\lambda(x) = \begin{cases} 0 & (x<0) \\ 1-e^{-\lambda x} & (x \ge 0) \end{cases}$.



$f_\lambda(x)$ $F_\lambda(x)$

Für die Exponentialverteilung folgt:

Erwartungswert $E(X) = \frac{1}{\lambda}$, Varianz $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Die nichtnegative bzw. positive Dichtefunktion ist stetig mit: $f_\lambda(-\infty) = f_\lambda(\infty) = 0$, die Verteilungsfunktion ist die Stammfunktion der Dichtefunktion mit: $F_\lambda(-\infty) = 0$, $F_\lambda(\infty) = 1$. Schließlich ist x_α das α-Quantil der stetigen Exponentialverteilungsfunktion mit:

$$F_\lambda(x_\alpha) = \alpha \text{ bzw. } x_\alpha = F_\lambda^{-1}(\alpha) = -\frac{\ln(1-\alpha)}{\lambda}.$$

Weiter ist:

$$p(X \le x) = F_\lambda(x) = 1 - e^{-\lambda x},\ p(X>x) = 1 - p(X \le x) = e^{-\lambda x}$$

und auf Grund von $\frac{F_\lambda(x_0+x)}{F_\lambda(x_0)} = e^{-\lambda x}$ mit x als Zeit die „Gedächtnislosigkeit“ der Exponentialverteilung, die unabhängig vom Anfangs-/Bezugszeitpunkt x_0 ist. Dem entspricht die konstante Ausfallrate:

$$r(x) = \frac{\lambda e^{-\lambda x}}{e^{-\lambda x}} = \lambda \,,$$

die mithin unabhängig von x ist.