

Sinus (sinx) und Cosinus (cosx) haben bei einer Periode von  $2\pi$  die folgenden Grundwerte:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cosx	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1

Den Grundwerten entsprechen die Lösungen der trigonometrischen Gleichungen:

sinx = a	cosx = a
mit $a = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2}\sqrt{2}, \pm\frac{1}{2}\sqrt{3}, \pm 1$	
$x = b_1 + 2k\pi$ bzw. $x = b_2 + 2k\pi$ , k ganzzahlig	
mit $b_1, b_2 = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}, 2\pi$	

### Trigonometrische Gleichungen

Für Sinus und Cosinus gelten noch hinsichtlich Symmetrie, Komplementärwinkel, Periodizität (k ganzzahlig):

$$\begin{aligned}
 & -1 \leq \sin x \leq 1, \quad -1 \leq \cos x \leq 1 \\
 & \sin(-x) = -\sin x, \quad \cos(-x) = \cos x \\
 & \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right), \quad \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \\
 & \sin(x + 2k\pi) = \sin x, \quad \cos(x + 2k\pi) = \cos x \\
 & \sin^2 x + \cos^2 x = 1
 \end{aligned}$$

Trigonometrische Funktionen sind auf Sinus und Cosinus aufbauende Funktionen u.a. vom Typ

$$\begin{aligned}
 f(x) &= a \cdot \sin(b(x - c)) + d \\
 f(x) &= a \cdot \cos(b(x - c)) + d
 \end{aligned}$$

Dabei sind: a = Amplitude, b = Periodenfaktor, c = Verschiebung entlang der x-Achse, d = Mittellinie = Verschiebung entlang der y-Achse. Der Wertebereich ist: [d-a; d+a]. Für die Periode p der Funktion f(x) gilt:

$p = \frac{2\pi}{b}$ . Die Funktion f(x) schneidet im Abstand von p/2 die Mittellinie in den Wendepunkten  $W(x_W|d)$  mit  $x_W$

= c,  $x_W = c \pm p/2$ ,  $x_W = c \pm p$ , ... Die Funktion f(x) hat im Abstand von p Hochpunkte  $H(x_H|d+a)$  bzw. Tiefpunkte  $T(x_T|d-a)$  mit  $x_H = c$ ,  $x_H = c \pm p$ , ... bzw.  $x_T = c + p/2$ ,  $x_T = c + p/2 \pm p$ , ... (a>0).

Bzgl. des Ab- und Aufleitens der trigonometrischen Funktionen gilt:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= a \cdot \sin(b(x - c)) + d \rightarrow f'(x) = ab \cdot \cos(b(x - c)) \\
 f(x) &= a \cdot \cos(b(x - c)) + d \rightarrow f'(x) = -ab \cdot \sin(b(x - c))
 \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= a \cdot \sin(b(x - c)) + d \rightarrow F(x) = -\frac{a}{b} \cdot \cos(b(x - c)) + dx \\
 f(x) &= a \cdot \cos(b(x - c)) + d \rightarrow F(x) = \frac{a}{b} \cdot \sin(b(x - c)) + dx
 \end{aligned}$$

Hinsichtlich der Bestimmung von trigonometrischen Funktionen gelten die Regeln: Mittellinie  $d = \frac{y_H + y_T}{2}$

(mit Hochpunkt  $H(x_H|y_H)$ , Tiefpunkt  $T(x_T|y_T)$ ); Amplitude  $a = \frac{y_H - y_T}{2} = y_H - d$  (mit Hochpunkt  $H(x_H|y_H)$ ,

Tiefpunkt  $T(x_T|y_T)$ , a > 0); Periodenfaktor  $b = \frac{2\pi}{p}$  (mit Periode p); Verschiebung entlang der x-Achse  $c = x_W$

(mit erstem oder zweitem Wendepunkt  $W(x_W|y_W)$  mit positivem  $x_W$ ).