Für eine integrierbare Funktion f: D_f -> **R** ist $F(x) = \int f(x)dx + C$ eine Stammfunktion (unbestimmtes Integral) mit F'(x) = f(x) und Integrationskonstante C. Die Ermittlung der Stammfunktionen F(x) erfolgt über die Aufleitungs- oder Integrationsregeln. Ist F(x) eine Stammfunktion zu f(x), so ergibt sich als bestimmtes Integral mit den Integrationsgrenzen a,bε**R**:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

gemäß:

Vorgehensweise
Bestimmung einer Stammfunktiion F(x) zu f(x)
Einsetzen der oberen und der unteren Grenze in die Stammfunktion
Stammfunktionswert der oberen Grenze minus Stammfunktionswert der unteren Grenze bilden

Bestimmtes Integral

Hinsichtlich der bestimmten Integrale und der Integrationsgrenzen gilt noch (für reelle a, b. c):

$$\int_a^a f(x)dx = 0, \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx, \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

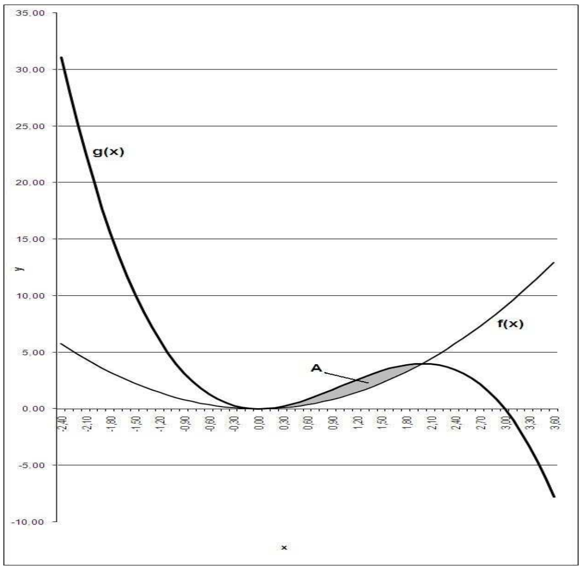
sowie weiter: $\int_a^b f'(x)dx = [f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$ (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung).

Eine auf dem Intervall [a; b] definierte, integrierbare Funktion f(x) hat als Mittelwert:

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

Der Mittelwert m als gewichtetes bestimmtes Integral ist damit die Höhe eines Rechtecks, das auf dem Intervall [a; b] mit der Fläche der Funktion f(x) inhaltsgleich ist.

Unter bestimmten Voraussetzungen ist das bestimmte Integral der Wert einer Fläche, wobei für Flächen zwischen Funktion f(x) und x-Achse über die Funktion f(x) integriert wird, für Flächen zwischen Funktion f(x) und g(x) über die Differenzfunktion f(x) – g(x). Dabei gilt:



Vorgehensweise
Bestimmung der Nullstellen einer Funktion f(x): f(x) = 0 (auf einem Intervall [a; b]). (Intervallgrenzen und) Nullstellen sind: x_1, x_2, x_3, …
Bestimmung einer Stammfunktion F(x) zu f(x)
Errechnung der bestimmten Integrale als Teilflächen: $\pm A_1 = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = [F(x)]_{x_1}^{x_2}$, $\pm A_2 = \int_{x_{21}}^{x_3} f(x)dx = [F(x)]_{x_2}^{x_2}$, $\cdots$
Aufaddieren der Teilflächen zur Gesamtfläche: A = A_1 + A_2 + …

Fläche zwischen Funktion und x.-Achse

bzw.:

Vorgehensweise
Bestimmung der Schnittstellen zweier Funktionen f(x) und g(x): f(x) = g(x) (auf einem Intervall [a; b]). (Intervallgrenzen und) Schnittstellen sind: x_1, x_2, x_3, … (n Schnittstellen, n-1 Flächen)
Bestimmung einer Stammfunktion H(x) zu h(x) = f(x) – g(x) (Differenzfunktion h(x) vereinfachen)
Errechnung der bestimmten Integrale als Teilflächen: $\pm A_1 = \int_{x_1}^{x_2} h(x)dx = [H(x)]_{x_1}^{x_2}$, $\pm A_2 = \int_{x_{21}}^{x_3} h(x)dx = [H(x)]_{x_2}^{x_2}$, $\cdots$
Aufaddieren der Teilflächen zur Gesamtfläche: A = A_1 + A_2 + …

Fläche zwischen zwei Funktionen