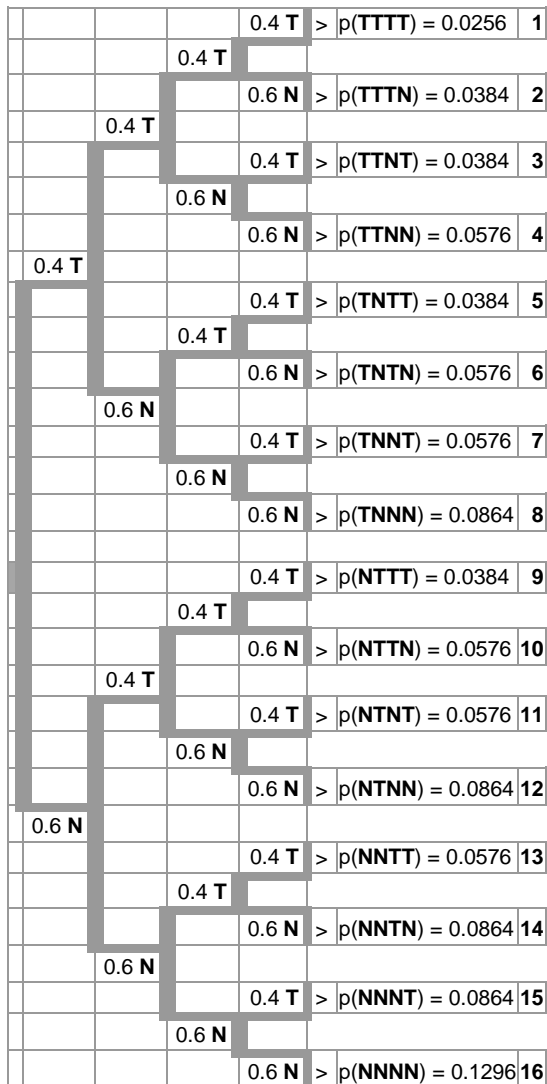


Ein Bernoulli-Experiment ist ein Zufallsexperiment mit zwei Ausgängen (T = Treffer, N = Nichttreffer), der Grundwahrscheinlichkeit p als Trefferwahrscheinlichkeit, der Anzahl n der Experimentwiederholung „mit Zurücklegen“. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Treffer bei n-maliger Wiederholung des Experiments an:

Wahrscheinlichkeitsbaum:



Trefferwahrscheinlichkeiten:

| Trefferanzahl $k =$ | Pfadwahrscheinlichkeit | Pfadanzahl | Gesamtwahrscheinlichkeit $p(X=k) = p(k \times T) =$ |
|------------------------|------------------------|-----------------------|--|
| 4 | 0.0256 | 1 | 0.0256 |
| 3 | 0.0384 | 4 | 0.1536 |
| 2 | 0.0576 | 6 | 0.3456 |
| 1 | 0.0864 | 4 | 0.3456 |
| 0 | 0.1296 | 1 | 0.1296 |
| | | Summe | 1 |
| | | Erwartungswert | 1.6 |

Es gelten auf Grund der Pfadregeln für Wahrscheinlichkeitsbäume (Multiplikation der Wahrscheinlichkeiten entlang eines Pfades, Addition der (multiplizierten) Wahrscheinlichkeiten verschiedener Pfade) die Trefferwahrscheinlichkeiten der Bernoulli-Formel:

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

mit den Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (als Anzahl der Pfade mit gleicher

Wahrscheinlichkeit $p^k(1-p)^{n-k}$) und weiter:

$$\begin{aligned}
 p(X=0) &= (1-p)^n \\
 p(X=n) &= p^n \\
 p(X \leq k) &= p(X=0) + p(X=1) + \dots + p(X=k) = 1 - p(X > k) \\
 p(X < k) &= p(X \leq k-1) = 1 - p(X \geq k) \\
 p(X \geq k) &= 1 - p(X \leq k-1) \\
 p(X > k) &= p(X \geq k+1) = 1 - p(X \leq k) \\
 p(k_1 \leq X \leq k_2) &= p(X=k_1) + \dots + p(X=k_2) = p(X \leq k_2) - p(X \leq k_1 - 1) \\
 p(k_1 < X \leq k_2) &= p(X=k_1+1) + \dots + p(X=k_2) = p(X \leq k_2) - p(X \leq k_1) \\
 p(k_1 \leq X < k_2) &= p(X=k_1) + \dots + p(X=k_2-1) = p(X \leq k_2-1) - p(X \leq k_1-1) \\
 p(k_1 < X < k_2) &= p(X=k_1+1) + \dots + p(X=k_2-1) = p(X \leq k_2-1) - p(X \leq k_1)
 \end{aligned}$$

Es gilt weiter hinsichtlich des Erwartungswerts $E(X)$ beim Bernoulli-Experiment:

$$E(X) = \mu = np.$$

Hinsichtlich der Standardabweichung σ beim Bernoulli-Experiment folgt:

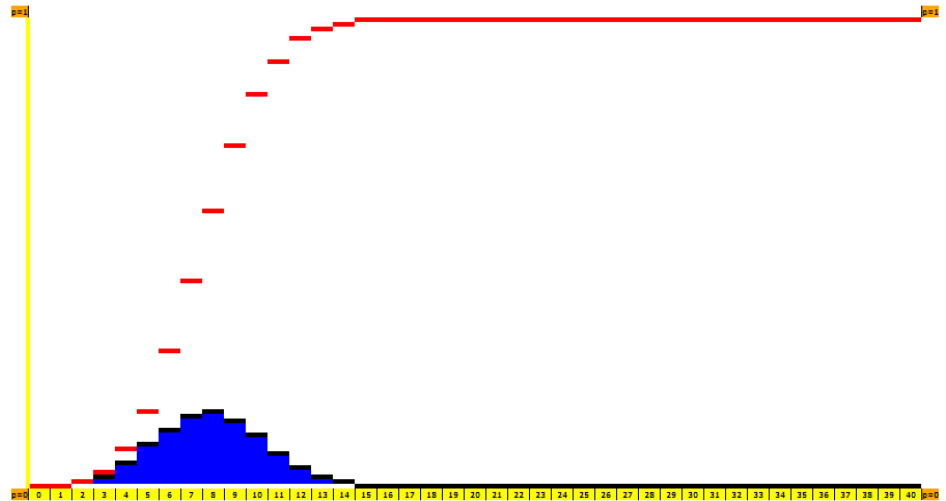
$$\sigma = \sqrt{np(1-p)}.$$

Aus dem Bernoulli-Experiment ergibt sich die Binomialverteilung $B(n,p)$ für die Zufallsvariable X der Trefferanzahl mit:

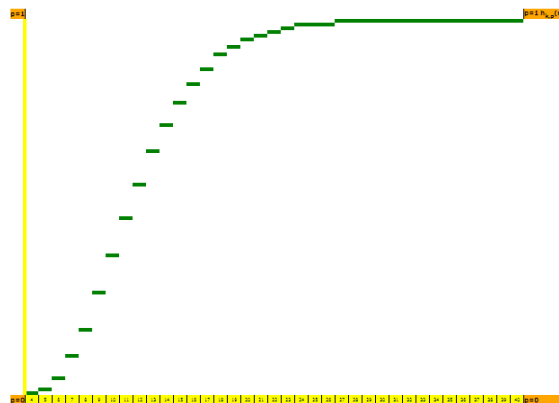
$$B(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Der Ausdruck $B(n,p,k)$ kann dann wie folgt ausgewertet werden:

a) Trefferwahrscheinlichkeiten bei festem n und p : Funktionen $f(k) = p(X=k)$, $g(k) = p(X \leq k)$:



b) Trefferwahrscheinlichkeiten bei festem k und p : Funktionen $f(n) = p(X > k)$ u.ä.:



c) Trefferwahrscheinlichkeiten bei festem n und k : Funktionen $f(p) = p(X \leq k)$ u.ä.:

