

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Ableitung

Aufgabe: Bilde die 1., 2., 3. Ableitung der ganz rationalen Funktion $f(x)$:

$$f(x) = \frac{x^3}{4}(5x - 7).$$

Lösung: I. Es gelten die Ableitungsregeln:

$$\begin{aligned}(f(x) + c)' &= f'(x) \text{ (additive Konstante)} \\ [c \cdot f(x)]' &= c \cdot f'(x) \text{ (konstanter Faktor)} \\ (f(x) + g(x))' &= f'(x) + g'(x) \text{ (Summenregel)} \\ (x^n)' &= nx^{n-1} \text{ (Potenzregel für natürliche/reelle } n) \\ f''(x) &= (f'(x))' \text{ (2. Ableitung)} \\ f'''(x) &= (f''(x))' \text{ (3. Ableitung)}\end{aligned}$$

II. Wir lösen die Klammern auf:

$$f(x) = \frac{x^3}{4}(5x - 7) = \frac{5}{4}x^4 - \frac{7}{4}x^3$$

und leiten wie folgt ab:

$$f'(x) = \frac{5}{4} \cdot 4 \cdot x^3 - \frac{7}{4} \cdot 3x^2 = 5x^3 - \frac{21}{4}x^2 \text{ (1. Ableitung)}$$

$$f''(x) = 5 \cdot 3 \cdot x^2 - \frac{21}{4} \cdot 2x = 15x^2 - \frac{21}{2}x \text{ (2. Ableitung)}$$

$$f'''(x) = 15 \cdot 2x - \frac{21}{2} = 30x - \frac{21}{2} \text{ (3. Ableitung)}$$

07.2014 / Aufgabe 28