

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Ableitung

Aufgabe: Bilde die 1., 2., 3. Ableitung der Funktion $f(x)$:

$$f(x) = 2x^3 - 7x + \frac{1}{x}.$$

Lösung: I. Es gelten die Ableitungsregeln:

$$\begin{aligned}(f(x) + c)' &= f'(x) \text{ (additive Konstante)} \\ [c \cdot f(x)]' &= c \cdot f'(x) \text{ (konstanter Faktor)} \\ (f(x) + g(x))' &= f'(x) + g'(x) \text{ (Summenregel)} \\ (x^n)' &= nx^{n-1} \text{ (Potenzregel für natürliche/reelle } n) \\ f''(x) &= (f'(x))' \text{ (2. Ableitung)} \\ f'''(x) &= (f''(x))' \text{ (3. Ableitung)}\end{aligned}$$

II. Wir formen um:

$$f(x) = 2x^3 - 7x + \frac{1}{x} = 2x^3 - 7x + x^{-1}$$

und leiten wie folgt ab:

$$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 - 7 + (-1)x^{-2} = 6x^2 - 7 - x^{-2} = 6x^2 - 7 - \frac{1}{x^2} \text{ (1. Ableitung)}$$

$$f''(x) = 6 \cdot 2x - (-2)x^{-3} = 12x + 2x^{-3} = 12x + \frac{2}{x^3} \text{ (2. Ableitung)}$$

$$f'''(x) = 12 + 2 \cdot (-3)x^{-4} = 12 - \frac{6}{x^4} \text{ (3. Ableitung)}$$

07.2014 / Aufgabe 30