

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Ableitung

Aufgabe: Bilde die 1., 2., 3. Ableitung der Funktion $f(x)$:

$$f(x) = 5x - \frac{1}{5x} + \frac{3}{2x^2}.$$

Lösung: I. Es gelten die Ableitungsregeln:

$$\begin{aligned}(f(x) + c)' &= f'(x) \text{ (additive Konstante)} \\ [c \cdot f(x)]' &= c \cdot f'(x) \text{ (konstanter Faktor)} \\ (f(x) + g(x))' &= f'(x) + g'(x) \text{ (Summenregel)} \\ (x^n)' &= nx^{n-1} \text{ (Potenzregel für natürliche/reelle } n) \\ f''(x) &= (f'(x))' \text{ (2. Ableitung)} \\ f'''(x) &= (f''(x))' \text{ (3. Ableitung)}\end{aligned}$$

II. Wir formen um:

$$f(x) = 5x - \frac{1}{5x} + \frac{3}{2x^2} = 5x - \frac{1}{5}x^{-1} + \frac{3}{2}x^{-2}$$

und leiten wie folgt ab:

$$f'(x) = 5 + \frac{1}{5}x^{-2} - 3x^{-3} = 5 + \frac{1}{5x^2} - \frac{3}{x^3} \text{ (1. Ableitung)}$$

$$f''(x) = -\frac{2}{5}x^{-3} + 9x^{-4} = -\frac{2}{5x^3} + \frac{9}{x^4} \text{ (2. Ableitung)}$$

$$f'''(x) = \frac{6}{5}x^{-4} - 36x^{-5} = \frac{6}{5x^4} - \frac{36}{x^5} \text{ (3. Ableitung)}$$

07.2014 / Aufgabe 31