

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Integration

Aufgabe: Bestimme zur Funktion $f(x)$ mit:

$$f(x) = \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{3}.$$

eine Stammfunktion $F(x)$.

Lösung: I. Wir benutzen für das Aufleiten des Funktionsterms die folgenden Integrationsregeln:

$$\int (u(x) + v(x)) dx = \int u(x) dx + \int v(x) dx \quad (\text{Summenregel})$$

$$\int (ku(x)) dx = k \int u(x) dx \quad (\text{multiplikative Konstante})$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \quad (\text{Potenzregel, } n \neq -1).$$

II. Wir leiten die Funktion $f(x) = \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{3} = \frac{1}{4} x^3 - \frac{1}{3} x^2$ auf, indem wir Summen-, Faktor- und Potenzregel verwenden, d.h. es ergibt sich als Stammfunktion $F(x)$:

$$F(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} x^3 = \frac{1}{16} x^4 - \frac{1}{9} x^3,$$

also:

$$F(x) = \frac{x^4}{16} - \frac{x^3}{9}.$$