

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Integration

Aufgabe: Bestimme zur Funktion $f(x)$ mit:

$$f(x) = \frac{x^4}{10}(x^2 + 5).$$

eine Stammfunktion $F(x)$.

Lösung: I. Wir benutzen für das Aufleiten des Funktionsterms die folgenden Integrationsregeln:

$$\int (u(x) + v(x))dx = \int u(x)dx + \int v(x)dx \quad (\text{Summenregel})$$

$$\int (ku(x))dx = k \int u(x)dx \quad (\text{multiplikative Konstante})$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \quad (\text{Potenzregel, } n \neq -1).$$

II. Wir formen zunächst den Funktionsterm durch Ausmultiplikation (Auflösen der Klammer) wie folgt um:

$$f(x) = \frac{x^4}{10}(x^2 + 5) = \frac{1}{10}x^6 + \frac{1}{2}x^4.$$

Nun leiten wir die Funktion $f(x) = \frac{1}{10}x^6 + \frac{1}{2}x^4$ auf, indem wir Summen-, Faktor- und Potenzregel verwenden, d.h. es ergibt sich als Stammfunktion $F(x)$:

$$F(x) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}x^5 = \frac{1}{70}x^7 + \frac{1}{10}x^5,$$

also:

$$F(x) = \frac{1}{70}x^7 + \frac{1}{10}x^5.$$