Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Bestimmungsaufgabe

Aufgabe: Eine ganz rationale Funktion f(x) 3. Grades besitzt die doppelte Nullstelle $x_1=0$ und die einfache Nullstelle $x_2=4$, verläuft zudem durch den Punkt P(2|-4). Wie lautet die Funktionsgleichung?

Lösung: I. <u>Ansatz</u>: f(x) als ganz rationale Funktion 3. Grades lässt sich nach der Produktform aus den Nullstellen (zweifache, einfache Nullstelle -> Funktionsgrad 3) darstellen als:

$$f(x) = a(x - x_1)^2 (x - x_2)$$

mit zu suchendem Koeffizienten aε**R** und der doppelten Nullstelle x_1 sowie der einfachen x_2.

II. <u>Berechnung</u>: Es gilt auf Grund der Nullstellen $x_1=0$ und $x_2=4$ sofort:

$$f(x) = a(x-0)^2 (x-4) = ax^2 (x-4).$$

Der Koeffizient a bestimmt sich aus dem Punkt P(2|-4) mittels Punktprobe als:

$$f(2) = a \cdot 2^2 (2-4) = -4 \Leftrightarrow -8a = -4 \Leftrightarrow a = 0{,}5.$$

Die gesuchte ganz rationale Funktion hat somit die Gleichung: $f(x) = 0{,}5x^2 (x-4)$ und weiter ausgerechnet: $f(x) = 0{,}5x^3 - 2x^2$.

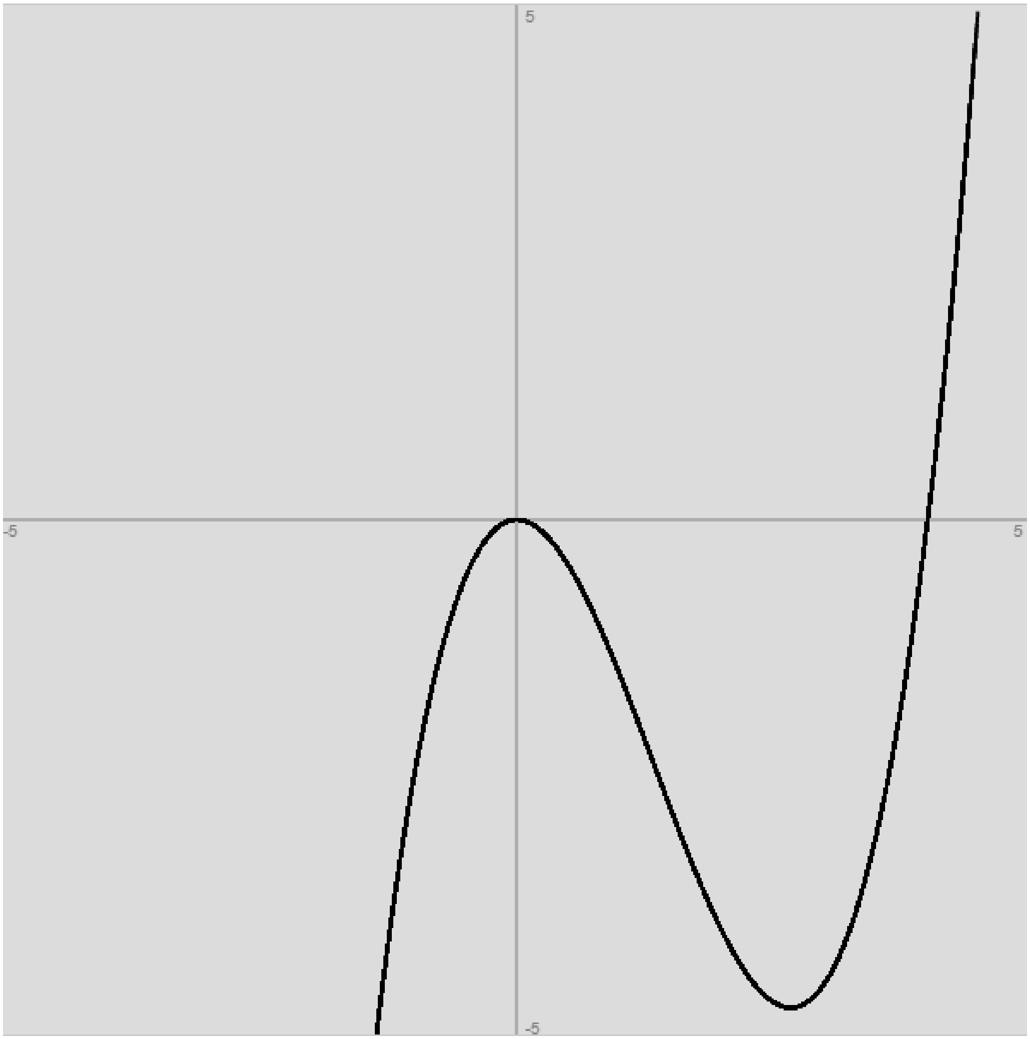
III. Wertetabelle, Graph:

$$f(x) = 0,5x^3 - 2x^2$$

Wertetabelle:

x	**f(x)**	**f'(x)**	**f''(x)**	**Besondere Kurvenpunkte**
0	0	0	-4	Nullstelle N(0|0) = Schnittpunkt S_y(0|0) = Hochpunkt H(0|0)
1.33	-2.3615	-2.67	-0.01	Wendepunkt W(1.33|-2.36)
2.66	-4.7407	-0.03	3.98	Tiefpunkt T(2.66|-4.74)
4	0	8	8	Nullstelle N(4|0)

Graph:



www.michael-buhlmann.de / 04.2016 / Aufgabe 223