

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Bestimmungsaufgabe

Aufgabe: Die Kurve einer allgemeinen Parabel 2. Grades verläuft durch die Punkte P(1|4), Q(2|3), R(5|-12). Wie lautet die Funktionsgleichung?

Lösung: I. Der Funktionsterm einer allgemeinen Parabel 2. Grades (Normalform) mit reellen Koeffizienten a, b, c folgt dem Ansatz:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (*)$$

II. Einsetzen (Punktprobe) der vorgegebenen Punkte P, Q, R in den Ansatz für den Funktionsterm (*) (x-f(x)[=y]-Koordinaten der Punkte) führt auf:

$$\text{Punkt P(1|4): } a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 4$$

$$\text{Punkt Q(2|3): } a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 3$$

$$\text{Punkt R(5|-12): } a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = -12$$

III. Es ergibt sich ein mit dem Gauß-Verfahren lösbares lineares Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b, c:

Lineares Gleichungssystem:

$$+ 1a + 1b + 1c = 4$$

$$+ 4a + 2b + 1c = 3$$

$$+ 25a + 5b + 1c = -12$$

Anfangstableau:

$$1 \ 1 \ 1 \ | \ 4$$

$$4 \ 2 \ 1 \ | \ 3$$

$$25 \ 5 \ 1 \ | \ -12$$

1. Schritt: $1 \cdot (2) - 4 \cdot (1) / 1 \cdot (3) - 25 \cdot (1) /$

$$1 \ 1 \ 1 \ | \ 4$$

$$0 \ -2 \ -3 \ | \ -13$$

$$0 \ -20 \ -24 \ | \ -112$$

2. Schritt: $-1 \cdot (3) + 10 \cdot (2) /$

$$1 \ 1 \ 1 \ | \ 4$$

$$0 \ -2 \ -3 \ | \ -13$$

$$0 \ 0 \ -6 \ | \ -18$$

Dreiecksgestalt des linearen Gleichungssystems:

$$+ 1a + 1b + 1c = 4$$

$$- 2b - 3c = -13$$

$$- 6c = -18$$

Lösungen des linearen Gleichungssystems:

$$c = 3$$

$$b = 2$$

$$a = -1$$

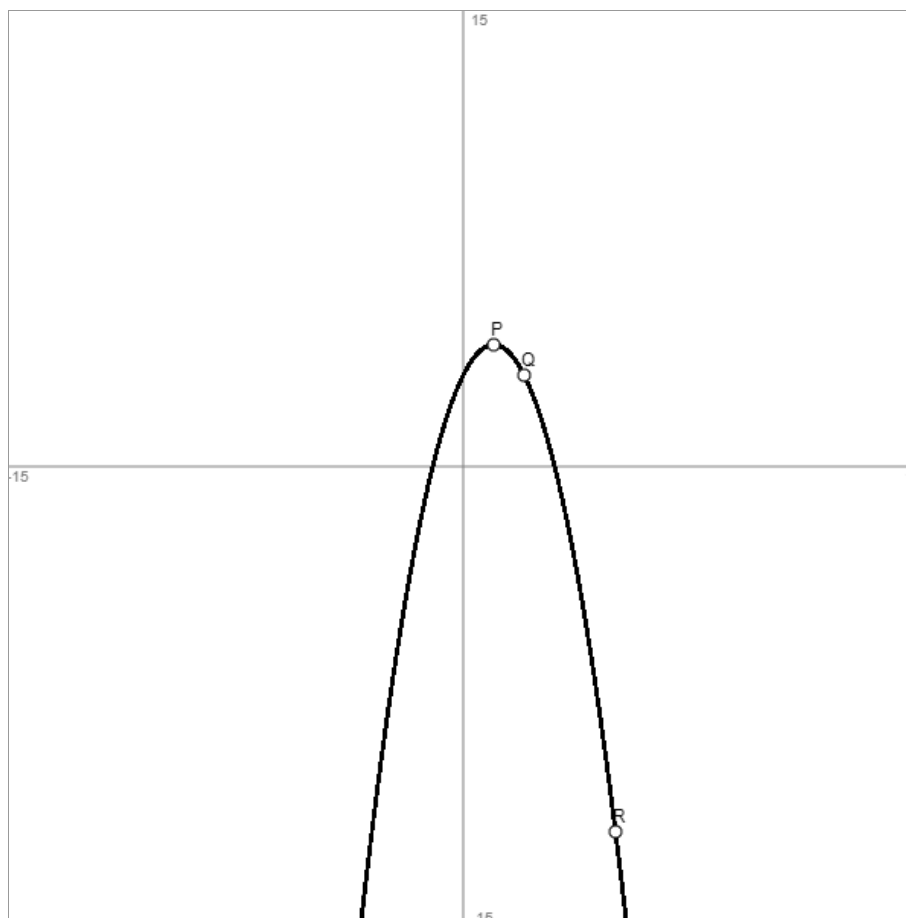
IV. Das Einsetzen der ermittelten Koeffizienten a, b, c in den Ansatz (*) ergibt (bei eventuell gerundeten Werten) den gesuchten Funktionsterm:

$$f(x) = -1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 3$$

und damit:

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3.$$

V. Funktionsgraph: $f(x) = -x^2 + 2x + 3$



www.michael-buhlmann.de / 04.2016 / Aufgabe 234