Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Bestimmungsaufgabe

Aufgabe: Der Graph einer ganz rationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte A(-1|-18), B(1|-4), C(10|1643) und D(15|5918). Wie lautet die Funktionsgleichung?

Lösung: I. Ganz rationale Funktion: Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Eigenschaften:

(1) Punkt: A(-1|-18): f(-1) = -18 -> Gleichung: $a*(-1)^3 + b*(-1)^2 + c*(-1) + d = -18$
(2) Punkt: B(1|-4): f(1) = -4 -> Gleichung: $a*1^3 + b*1^2 + c*1 + d = -4$
(3) Punkt: C(10|1643): f(10) = 1643 -> Gleichung: $a*10^3 + b*10^2 + c*10 + d = 1643$
(4) Punkt: D(15|5918): f(15) = 5918 -> Gleichung: $a*15^3 + b*15^2 + c*15 + d = 5918$

II. Koeffizientenbestimmung: 4x4-Gleichungssystem (Dreiecksgestalt)

Lineares Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rrrrrrrrrr} - & 1a & + & 1b & - & 1c & + & 1d & = & -18 \\ + & 1a & + & 1b & + & 1c & + & 1d & = & -4 \\ + & 1000a & + & 100b & + & 10c & + & 1d & = & 1643 \\ + & 3375a & + & 225b & + & 15c & + & 1d & = & 5918 \end{array}$$

Anfangstableau:

$$\begin{array}{rrrr|r} -1 & 1 & -1 & 1 & -18 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -4 \\ 1000 & 100 & 10 & 1 & 1643 \\ 3375 & 225 & 15 & 1 & 5918 \end{array}$$

1. Schritt: 1*(*2*) + 1*(*1*) / 1*(*3*) + 1000*(*1*) / 1*(*4*) + 3375*(*1*) /

$$\begin{array}{rrrr|r} -1 & 1 & -1 & 1 & -18 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -22 \\ 0 & 1100 & -990 & 1001 & -16357 \\ 0 & 3600 & -3360 & 3376 & -54832 \end{array}$$

2. Schritt: 1*(*3*) - 550*(*2*) / 1*(*4*) - 1800*(*2*) /

$$\begin{array}{rrrr|r} -1 & 1 & -1 & 1 & -18 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -22 \\ 0 & 0 & -990 & -99 & -4257 \\ 0 & 0 & -3360 & -224 & -15232 \end{array}$$

3. Schritt: -33*(*4*) + 112*(*3*) /

$$\begin{array}{rrrr|r} -1 & 1 & -1 & 1 & -18 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & -22 \\ 0 & 0 & -990 & -99 & -4257 \\ 0 & 0 & 0 & -3696 & 25872 \end{array}$$

Dreiecksgestalt des linearen Gleichungssystems:

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} - 1a & + & 1b & - & 1c & + & 1d & = & -18 \\ & + & 2b & & & + & 2d & = & -22 \\ & & & - & 990c & - & 99d & = & -4257 \\ & & & & & - & 3696d & = & 25872 \end{array}$$

Lösungen des linearen Gleichungssystems:

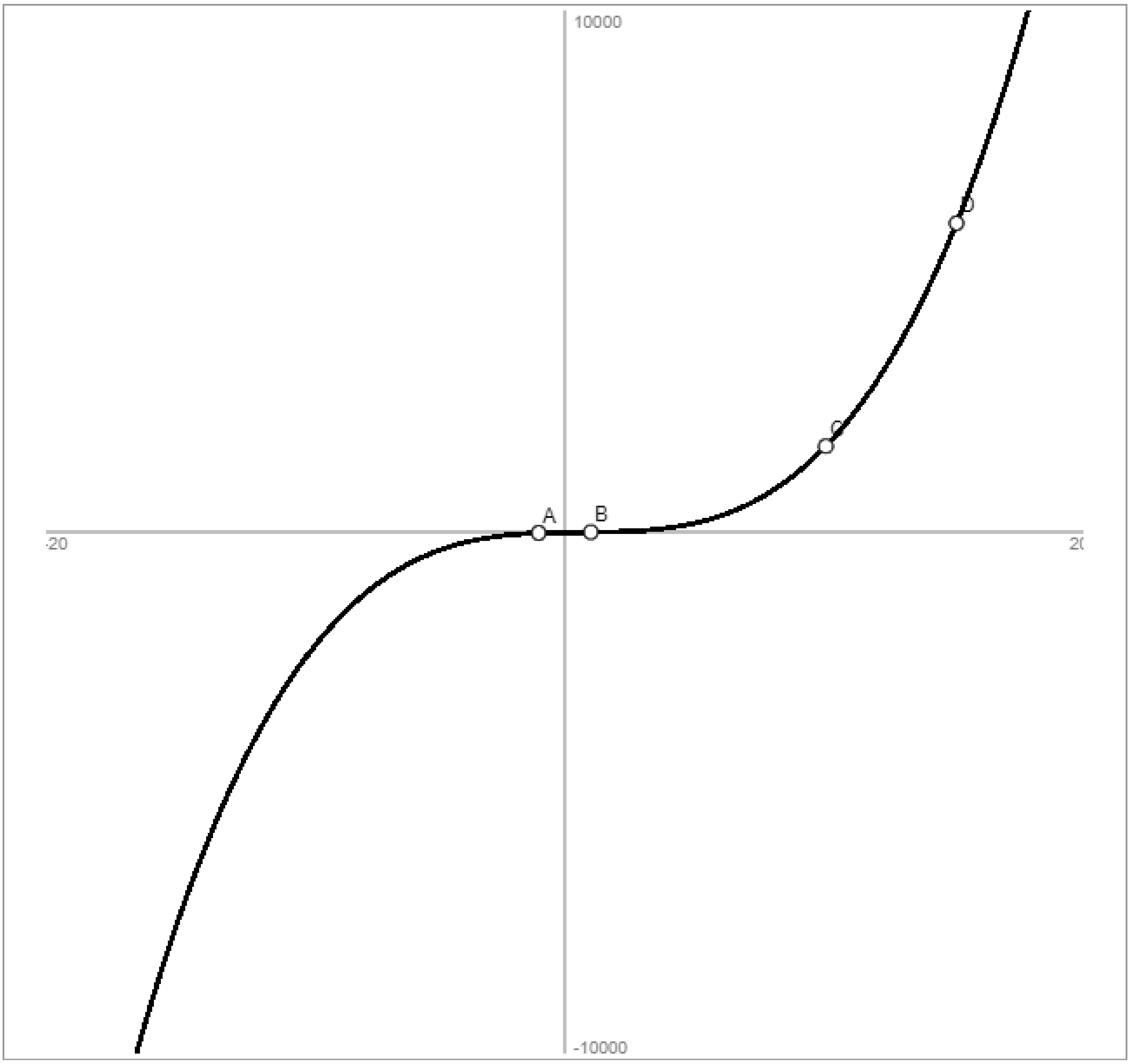
$d = -7$
$c = 5$
$b = -4$
$a = 2$

III. Funktion: $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 7$

IV. Wertetabelle, Graph: $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 7$; $f'(x) = 6x^2 - 8x + 5$; $f''(x) = 12x - 8$; $f'''(x) = 12$

Wertetabelle:					
x	**f(x)**	**f'(x)**	**f''(x)**	**f'''(x)**	**Besondere Kurvenpunkte**
0	-7	5	-8	12	Schnittpunkt $S_y(0\|-7)$
0.67	-4.8441	2.3334	0.04	12	Wendepunkt W(0.67|-4.84)
1.73	0.0338	9.1174	12.76	12	Nullstelle N(1.73|0.03)

Graph:



www.michael-buhlmann.de / 01.2021 / Aufgabe 1259