Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Differenzialgleichungen
> Explizite Differenzialgleichungen

Aufgabe: Löse die Differenzialgleichung:

$$y' = \sin x \text{ , y(π) = 1.}$$

Lösung: I. Allgemein gilt: Die explizite Differenzialgleichung

$$y'(x) = f(x)$$

besitzt als allgemeine Lösung durch Integration das unbestimmte Integral:

$$y(x) = \int f(x)dx + C$$

mit der Integrationskonstante C. Letztere bestimmt sich aus der Anfangsbedingung der Differenzialgleichung y(a) = b, so dass sich in eindeutiger Weise eine spezielle Lösung für die Funktion y(x) ergibt.

II. Aus $y' = \sin x$ folgt zunächst durch Integration

$y = \int \sin x dx + C = -\cos x + C$.

Die Bestimmung von C aus der Anfangsbedingung y(π) = 1 erfolgt mit:

y(π) = -cos(π) + C = -(-1) + C = 1 + C = 1 ⇔ C = 0.

Die gesuchte Lösung der Differenzialgleichung, die die Anfangsbedingung erfüllt, lautet wegen C = 0 also:

$y = -\cos x$.

www.michael-buhlmann.de / 05.2015 / Aufgabe 108