

# Mathematikaufgaben

## > Differenzialgleichungen

## > Explizite Differenzialgleichungen

---

**Aufgabe:** Löse die Differenzialgleichung:

$$y' = \sin x, y(\pi) = 1.$$

**Lösung:** I. Allgemein gilt: Die explizite Differenzialgleichung

$$y'(x) = f(x)$$

besitzt als allgemeine Lösung durch Integration das unbestimmte Integral:

$$y(x) = \int f(x)dx + C$$

mit der Integrationskonstante C. Letztere bestimmt sich aus der Anfangsbedingung der Differenzialgleichung  $y(a) = b$ , so dass sich in eindeutiger Weise eine spezielle Lösung für die Funktion  $y(x)$  ergibt.

II. Aus  $y' = \sin x$  folgt zunächst durch Integration

$$y = \int \sin x dx + C = -\cos x + C.$$

Die Bestimmung von C aus der Anfangsbedingung  $y(\pi) = 1$  erfolgt mit:

$$y(\pi) = -\cos(\pi) + C = -(-1) + C = 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 0.$$

Die gesuchte Lösung der Differenzialgleichung, die die Anfangsbedingung erfüllt, lautet wegen  $C = 0$  also:

$$y = -\cos x.$$