

# Mathematikaufgaben

## > Differenzialgleichungen

## > Explizite Differenzialgleichungen

---

**Aufgabe:** Löse die Differenzialgleichung:

$$y' = \frac{4}{x} + x^2, y(1) = 5.$$

**Lösung:** I. Allgemein gilt: Die explizite Differenzialgleichung

$$y'(x) = f(x)$$

besitzt als allgemeine Lösung durch Integration das unbestimmte Integral:

$$y(x) = \int f(x) dx + C$$

mit der Integrationskonstante C. Letztere bestimmt sich aus der Anfangsbedingung der Differenzialgleichung  $y(a) = b$ , so dass sich in eindeutiger Weise eine spezielle Lösung für die Funktion  $y(x)$  ergibt.

II. Aus  $y' = \frac{4}{x} + x^2$  folgt zunächst durch Integration

$$y = \int \left( \frac{4}{x} + x^2 \right) dx + C = 4 \ln|x| + \frac{1}{3} x^3 + C.$$

Die Bestimmung von C aus der Anfangsbedingung  $y(1) = 5$  erfolgt mit:

$$y(1) = 4 \ln|1| + \frac{1}{3} \cdot 1^3 + C = \frac{1}{3} + C = 5 \Leftrightarrow C = 4 \frac{2}{3}.$$

Die gesuchte Lösung der Differenzialgleichung, die die Anfangsbedingung erfüllt, lautet wegen

$C = 4 \frac{2}{3}$  also:

$$y = 4 \ln|x| + \frac{1}{3} x^3 + 4 \frac{2}{3}.$$