Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Differenzialgleichungen
> linear, 1. Ordnung

Aufgabe: Löse die lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung:

$$y'+4y=e^{2x}.$$

Lösung: I. Allgemein gilt: Eine Differenzialgleichung der Form

$$y'+f(x)y=g(x)$$

heißt lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung mit g(x) als Störfunktion. Ist g(x) = 0, so ist die Differenzialgleichung homogen, ansonsten inhomogen. Die homogene lineare Differenzialgleichung 1. Ordnung hat die Lösung:

$$y=C\cdot e^{-\int f(x)dx}\ ,$$

die inhomogene Differenzialgleichung:

$$y=\int g(x)\cdot e^{\int f(x)dx}dx\cdot e^{-\int f(x)dx}+C\cdot e^{-\int f(x)dx}.$$

II. Die homogene Differenzialgleichung $y'+4y=0$ hat die Lösung:

$$y=C\cdot e^{-\int 4dx}=C\cdot e^{-4x}.$$

Die partikuläre Lösung der inhomogenen Differenzialgleichung $y'+4y=e^{2x}$ ist:

$$y=\int e^{2x}\cdot e^{4x}dx\cdot e^{-4x}=\int e^{6x}\cdot dx\cdot e^{-4x}=\frac{1}{6}e^{6x}\cdot e^{-4x}=\frac{1}{6}e^{2x}.$$

Die Gesamtlösung lautet als Summe von allgemeiner und spezieller Lösung:

$$y=C\cdot e^{-4x}+\frac{1}{6}e^{2x}.$$

www.michael-buhlmann.de / 06.2015 / Aufgabe 120