Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Differenzialgleichungen
> linear, konstante Koeffizienten

Aufgabe: Zeige, dass die Funktion $y=\frac{1}{2}xe^x$ die lineare Differenzialgleichung:

$$y''-y=e^x$$

erfüllt.

Lösung: Wir leiten y gemäß der Produktregel ab:

$y'=\frac{1}{2}e^x+\frac{1}{2}xe^x=\frac{1}{2}(1+x)e^x$ (u=x, u‘=1, v=e^x, v‘=e^x)

$y''=\frac{1}{2}e^x+\frac{1}{2}(1+x)e^x=\frac{1}{2}(2+x)e^x$ (u=1+x, u‘=1, v= e^x, v‘=e^x)

und setzen y und y“ in die Differenzialgleichung $y''-y=e^x$ ein:

$$y''-y=\frac{1}{2}(2+x)e^x-\frac{1}{2}xe^x=e^x+\frac{1}{2}xe^x-\frac{1}{2}xe^x=e^x.$$

Die Funktion $y=\frac{1}{2}xe^x$ erfüllt also die Differenzialgleichung $y''-y=e^x$.

www.michael-buhlmann.de / 06.2015 / Aufgabe 116