Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Differenzialgleichungen
> linear, konstante Koeffizienten

Aufgabe: Zeige, dass die Funktion $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + \frac{1}{3}$ die lineare Differenzialgleichung:

$$y''-4y'+3y = 1$$

erfüllt.

Lösung: Wir leiten y gemäß der Summen- und Kettenregel und unter Beachtung der konstanten Faktoren C_1, C_2 ab:

$$y' = C_1 e^x + 3C_2 e^{3x}$$
$$y'' = C_1 e^x + 9C_2 e^{3x}$$

und setzen y, y‘ und y“ in die Differenzialgleichung $y''-4y'+3y = 1$ ein:

$$y''-4y'+3y = (C_1 e^x + 9C_2 e^{3x}) - 4(C_1 e^x + 3C_2 e^{3x}) + 3(C_1 e^x + C_2 e^{3x} + \frac{1}{3}) =$$
$$C_1 e^x + 9C_2 e^{3x} - 4C_1 e^x - 12C_2 e^{3x} + 3C_1 e^x + 3C_2 e^{3x} + 1 = 1.$$

Die Funktion $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + \frac{1}{3}$ erfüllt also die Differenzialgleichung $y''-4y'+3y = 1$.

www.michael-buhlmann.de / 06.2015 / Aufgabe 117