Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Algebra
> Exponentialgleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der Exponentialgleichung:

$$e^{2x} - e^{x} = 0.$$

Lösung: I. Exponentialgleichungen sind Gleichungen, in denen die Variable, nach der aufgelöst werden soll, im Exponenten steht. Die Basis der Potenz ist die Eulersche Zahl e. Allgemein gilt für das Lösen von einfachen Exponentialgleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x, die folgende <u>Vorgehensweise</u>: Einfache Exponentialgleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x, die der Form $ae^{kx+l} - b = 0$ bzw. $ae^{kx+l} = b$ (*) mit reellen Zahlen a, b, k, l genügen. Die Lösung der Gleichung (*) ist für $a \cdot b > 0$, $k \neq 0$ dann: $x = \frac{1}{k}\left(\ln\left(\frac{b}{a}\right) - l\right)$. Um die Lösung einer Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung. Insbesondere ist die Gleichung (*) in die Form $e^{kx+l} = b/a$ zu bringen, so dass Logarithmieren mit dem natürlichen Logarithmus ln() zu: $kx+l = \ln(b/a)$ führt.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen und dem natürlichen Logarithmieren wie folgt vor:

$e^{2x} - e^{x} = 0$	| Ausklammern
$e^{x}(e^{x} - 1) = 0$	| :e^x (möglich, da $e^x > 0$) oder: Satz vom Nullprodukt
$e^{x} - 1 = 0$	| +1
$e^{x} = 1$	| ln()
$x = \ln 1 = 0$	

Wir erhalten den Wert $x = 0$ als Lösung; Lösungsmenge ist also: L = $\{0\}$.

www.michael-buhlmann.de / 02.2015 / Aufgabe 102