

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Trigonometrische Funktionen

Aufgabe: Skizziere die Funktion

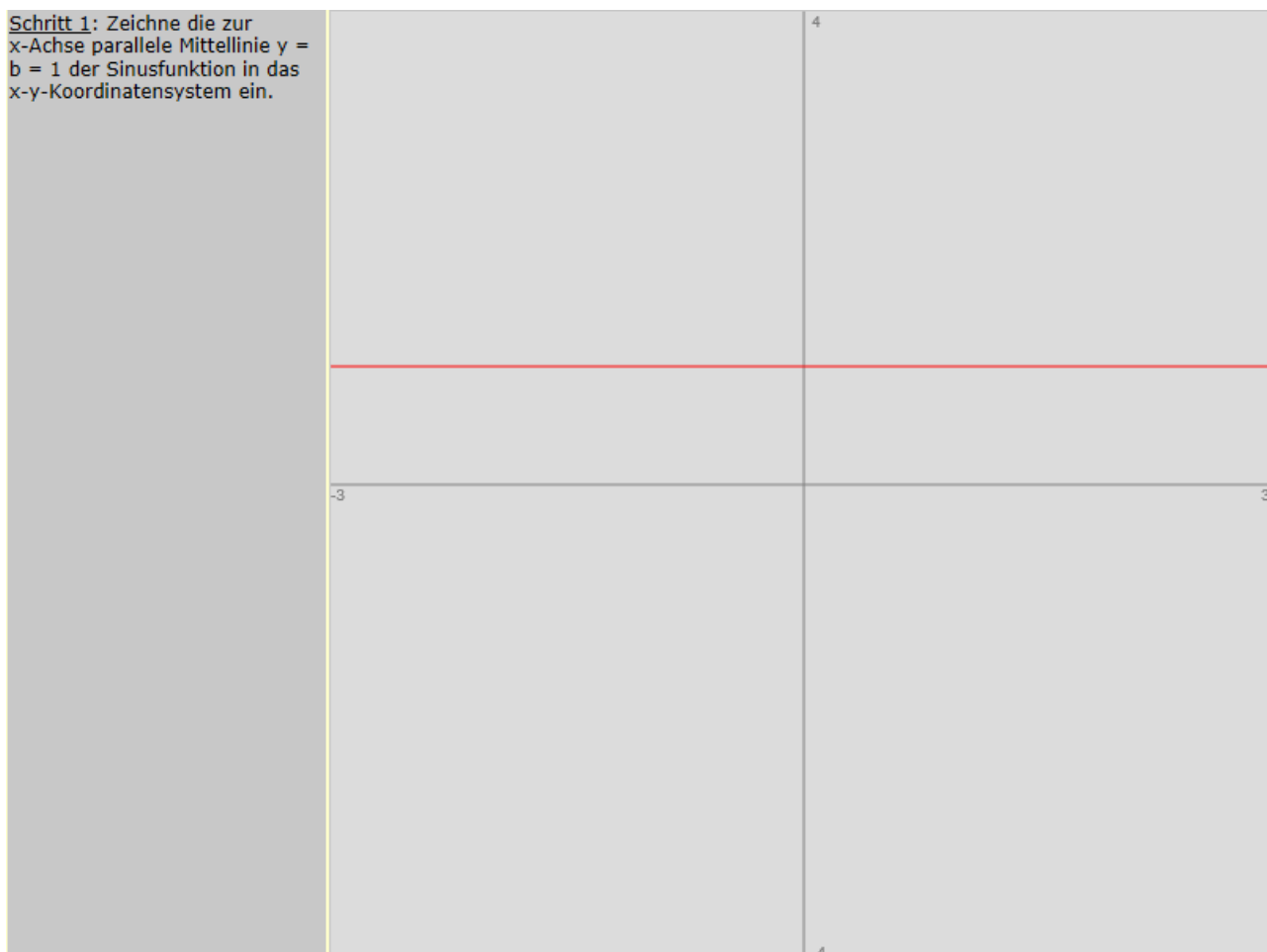
$$f(x) = 2 \sin(\pi x) + 1$$

in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem.

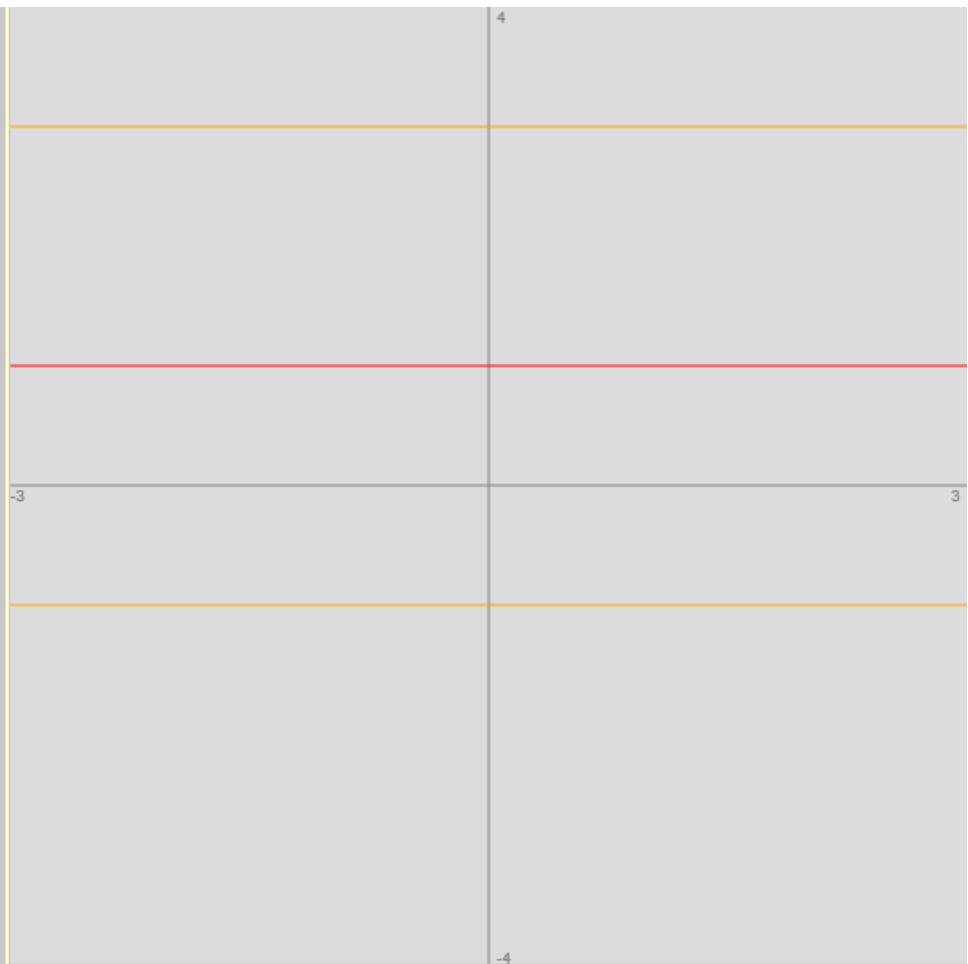
Lösung: I. Allgemein gilt für eine trigonometrische Funktion vom Typ $f(x) = a \sin(kx) + b$ mit reellen a, b, k : a ist die Amplitude der Sinuskurve, also die Differenz zwischen y-Koordinate des Hochpunkts und der Mittellinie der Funktion; b ist die Mittellinie der Funktion, also das arithmetische Mittel der y-Koordinaten von Hoch- und Tiefpunkt der Sinuskurve; $k > 0$ charakterisiert die Streckung ($k < 1$) bzw. Stauchung ($k > 1$) der Sinusfunktion entlang der x-Achse, so dass sich als Periode p der Sinusfunktion ergibt: $p = 2\pi/k$.

II. Somit gilt mit $a=2, b=1$ und $k=\pi$ ($p=2\pi/\pi=2$) die folgende Vorgehensweise beim Skizzieren der obigen Funktion $f(x) = 2 \sin(\pi x) + 1$:

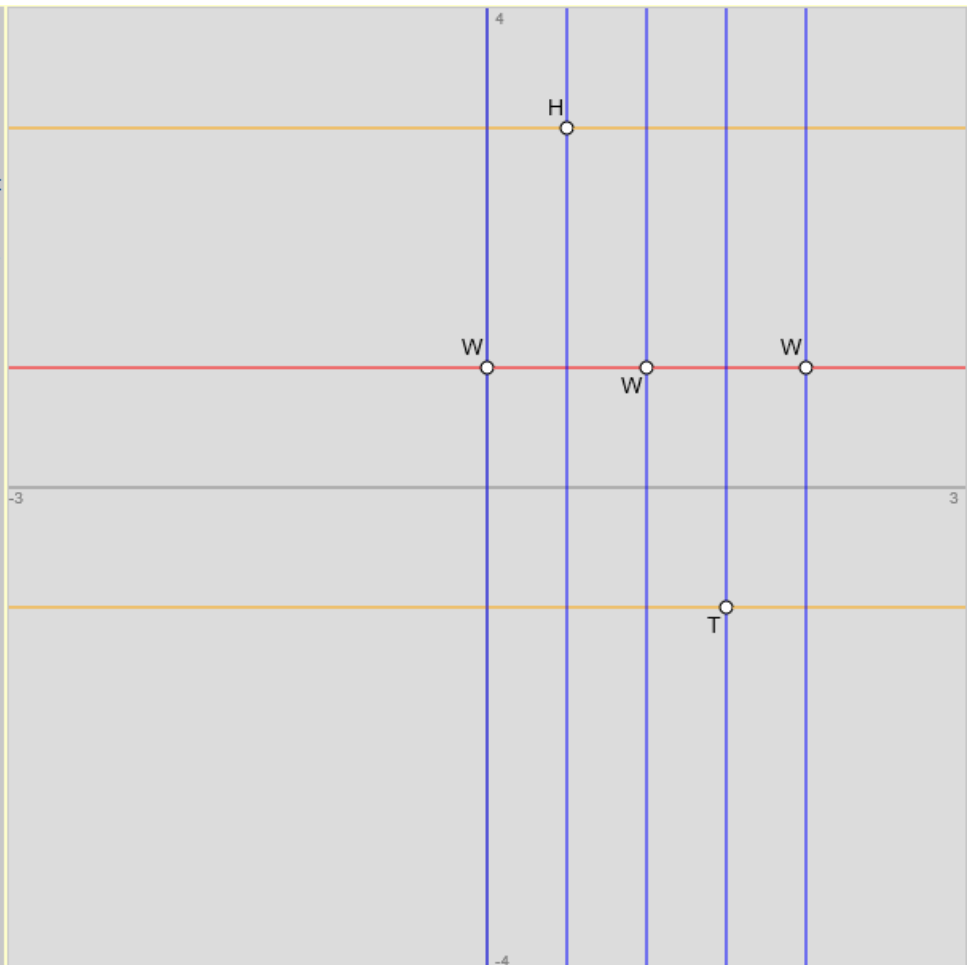
Schritt 1: Zeichne die zur x-Achse parallele Mittellinie $y = b = 1$ der Sinusfunktion in das x-y-Koordinatensystem ein.



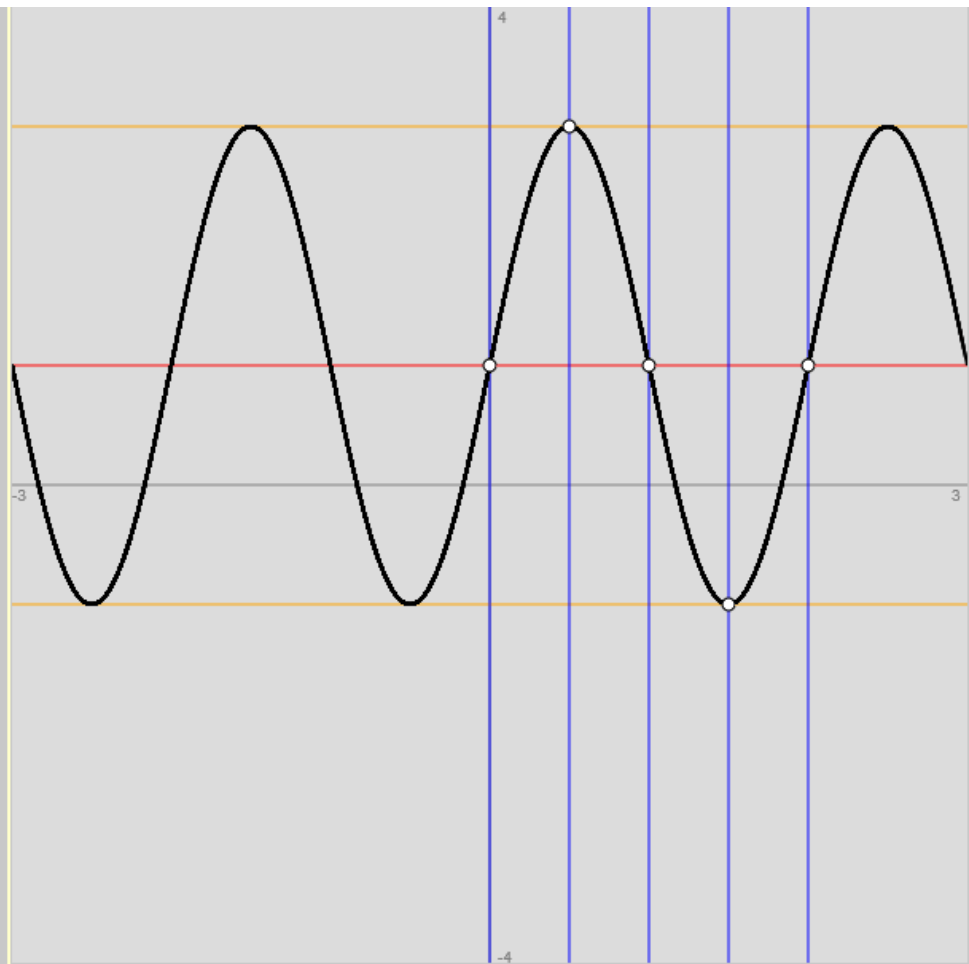
Schritt 2: Zeichne im Abstand $|a| = 2$ von der Mittellinie $b = 1$ die parallelen Geraden $y = b - |a| = 3$ und $y = b + |a| = -1$ in das x - y -Koordinatensystem ein. Die Sinusfunktion verläuft dann im Streifen zwischen diesen Parallelen; die Hochpunkte befinden sich auf der Geraden $y = 3$, die Tiefpunkte auf der Geraden $y = -1$.



Schritt 3: Die Periode der Sinusfunktion beträgt $p = 2\pi/k = 2$. Innerhalb einer Periode, etwa zwischen $x = 0$ und $x = 2$, verläuft die Sinuskurve von der Mittellinie ($x=0$, W) zum Hochpunkt ($x=0.5$, H, 1. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Tiefpunkt ($x=1.5$, T, 3. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Hochpunkt ($x=2$, W, 4. Periodenviertel).



Schritt 4: Verbinde die Hoch- (H), Tief- (T) und Mittellinien-/Wendepunkte (W) der Sinuskurve zur Sinuskurve im x - y -Koordinatensystem.



www.michael-buhlmann.de / 03.2017 / Aufgabe 332