

# Mathematikaufgaben

## > Analysis

## > Trigonometrische Funktionen

**Aufgabe:** Skizziere die Funktion

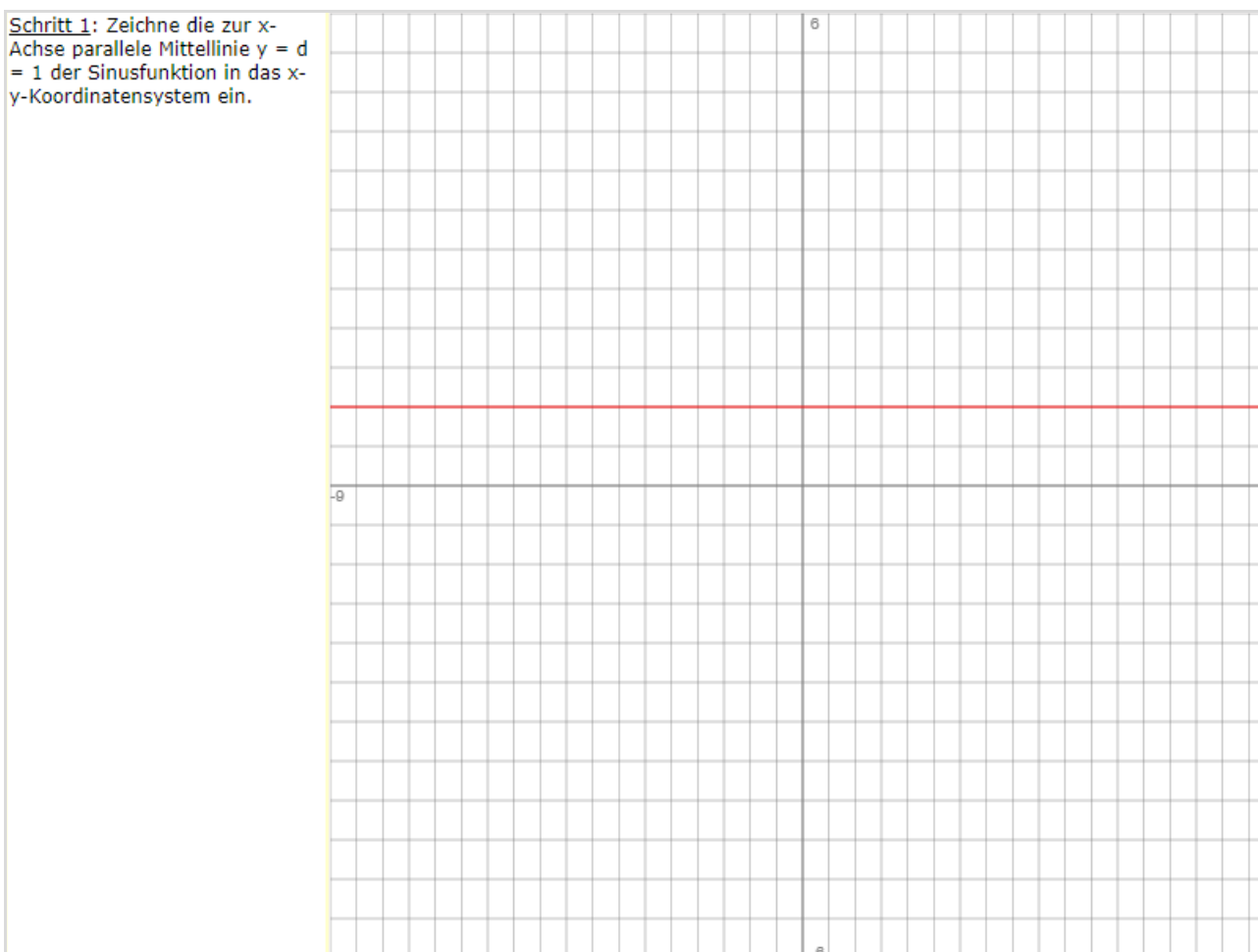
$$f(x) = -4 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + 1$$

in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem.

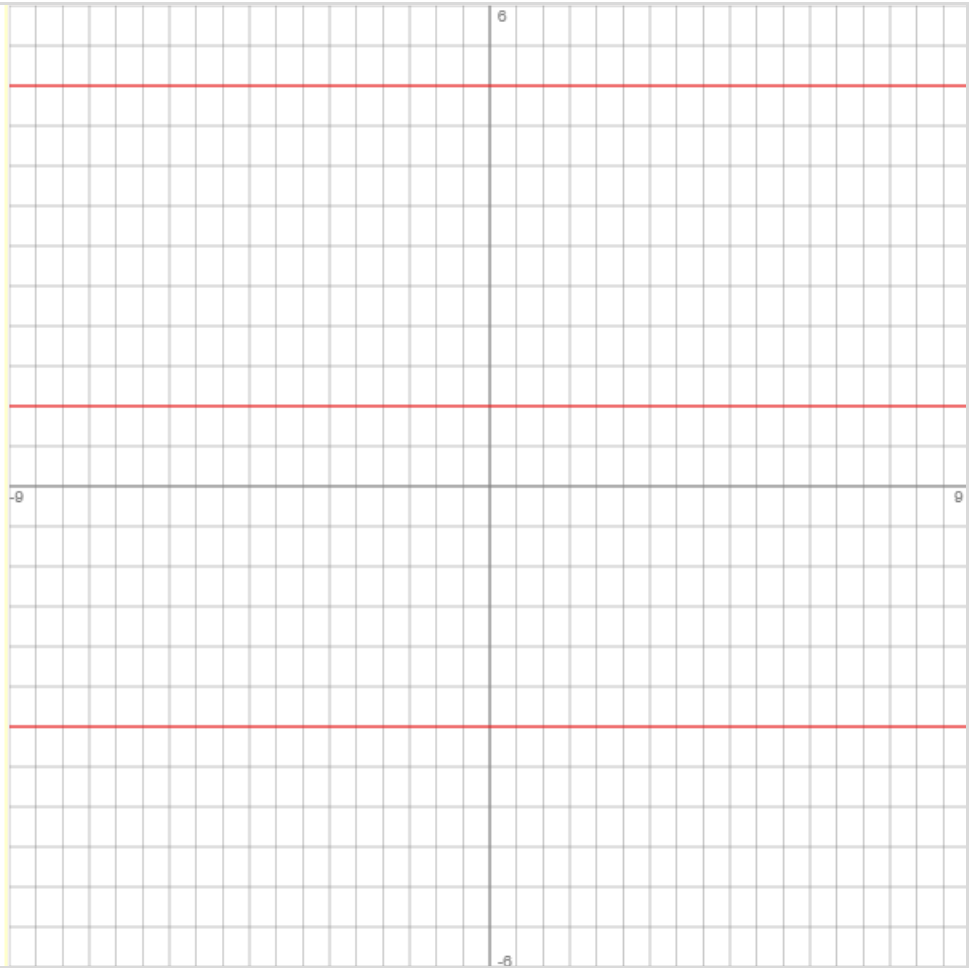
**Lösung:** I. Allgemein gilt für eine trigonometrische Funktion vom Typ  $f(x) = a \sin(bx) + d$  mit reellen  $a, b, d$ :  $a$  ist die Amplitude der Sinuskurve, also die Differenz zwischen  $y$ -Koordinate des Hochpunkts und der Mittellinie der Funktion;  $d$  ist die Mittellinie der Funktion, also das arithmetische Mittel der  $y$ -Koordinaten von Hoch- und Tiefpunkt der Sinuskurve;  $b > 0$  charakterisiert die Streckung ( $b < 1$ ) bzw. Stauchung ( $b > 1$ ) der Sinusfunktion entlang der  $x$ -Achse, so dass sich als Periode  $p$  der Sinusfunktion ergibt:  $p = 2\pi/b$ .

II. Somit gilt mit  $a = -4$ ,  $d = 1$  und  $b = \pi/4$  ( $p = 2\pi/(\pi/4) = 8$ ) die folgende Vorgehensweise beim Skizzieren der obigen Funktion  $f(x) = -4 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) + 1$ :

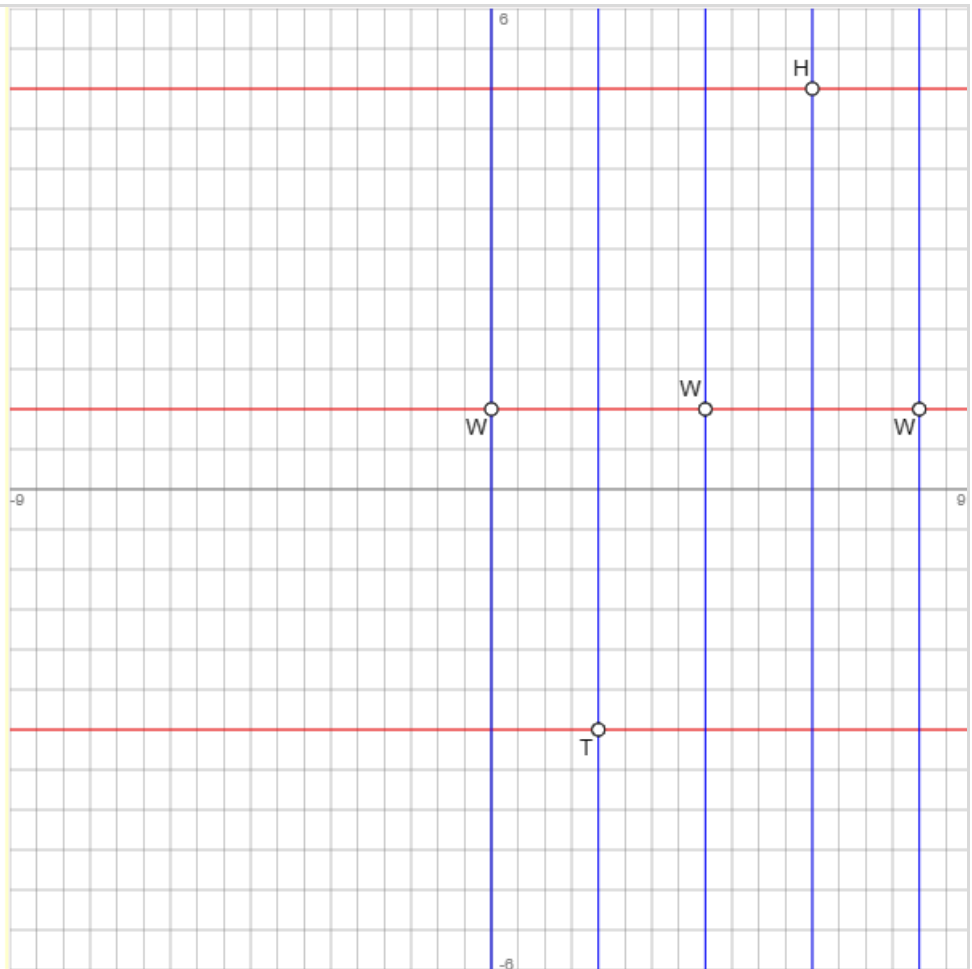
Schritt 1: Zeichne die zur  $x$ -Achse parallele Mittellinie  $y = d = 1$  der Sinusfunktion in das  $x$ - $y$ -Koordinatensystem ein.



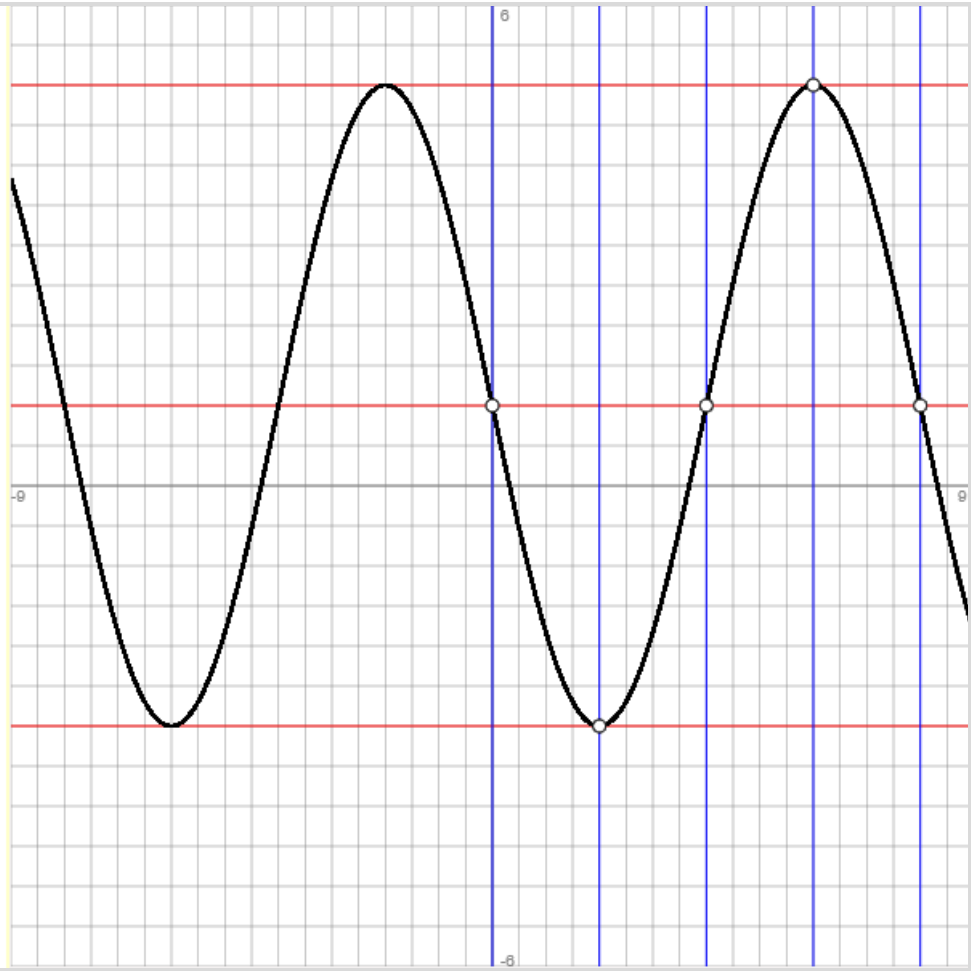
**Schritt 2:** Zeichne im Abstand  $|a| = 4$  von der Mittellinie  $d = 1$  die parallelen Geraden  $y = d - |a| = 5$  und  $y = d + |a| = -3$  in das  $x$ - $y$ -Koordinatensystem ein. Die Sinusfunktion verläuft dann im Streifen zwischen diesen Parallelen; die Hochpunkte befinden sich auf der Geraden  $y = 5$ , die Tiefpunkte auf der Geraden  $y = -3$ .



**Schritt 3:** Die Periode der Sinusfunktion beträgt  $p = 2\pi/b = 8$ . Innerhalb einer Periode, etwa zwischen  $x = 0$  und  $x = 8$ , verläuft die Sinuskurve von der Mittellinie ( $x=0$ , W) zum Tiefpunkt ( $x=2$ , T, 1. Periodenviertel), vom Tiefpunkt zur Mittellinie ( $x=4$ , W, 2. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Hochpunkt ( $x=6$ , H, 3. Periodenviertel), vom Hochpunkt zur Mittellinie ( $x=8$ , W, 4. Periodenviertel).



Schritt 4: Verbinde die Hoch- (H), Tief- (T) und Mittellinien-/Wendepunkte (W) der Sinusfunktion zur Sinuskurve im x-y-Koordinatensystem.



www.michael-buhlmann.de / 05.2024 / Aufgabe 2047