

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Trigonometrische Funktionen

Aufgabe: Skizziere die Funktion

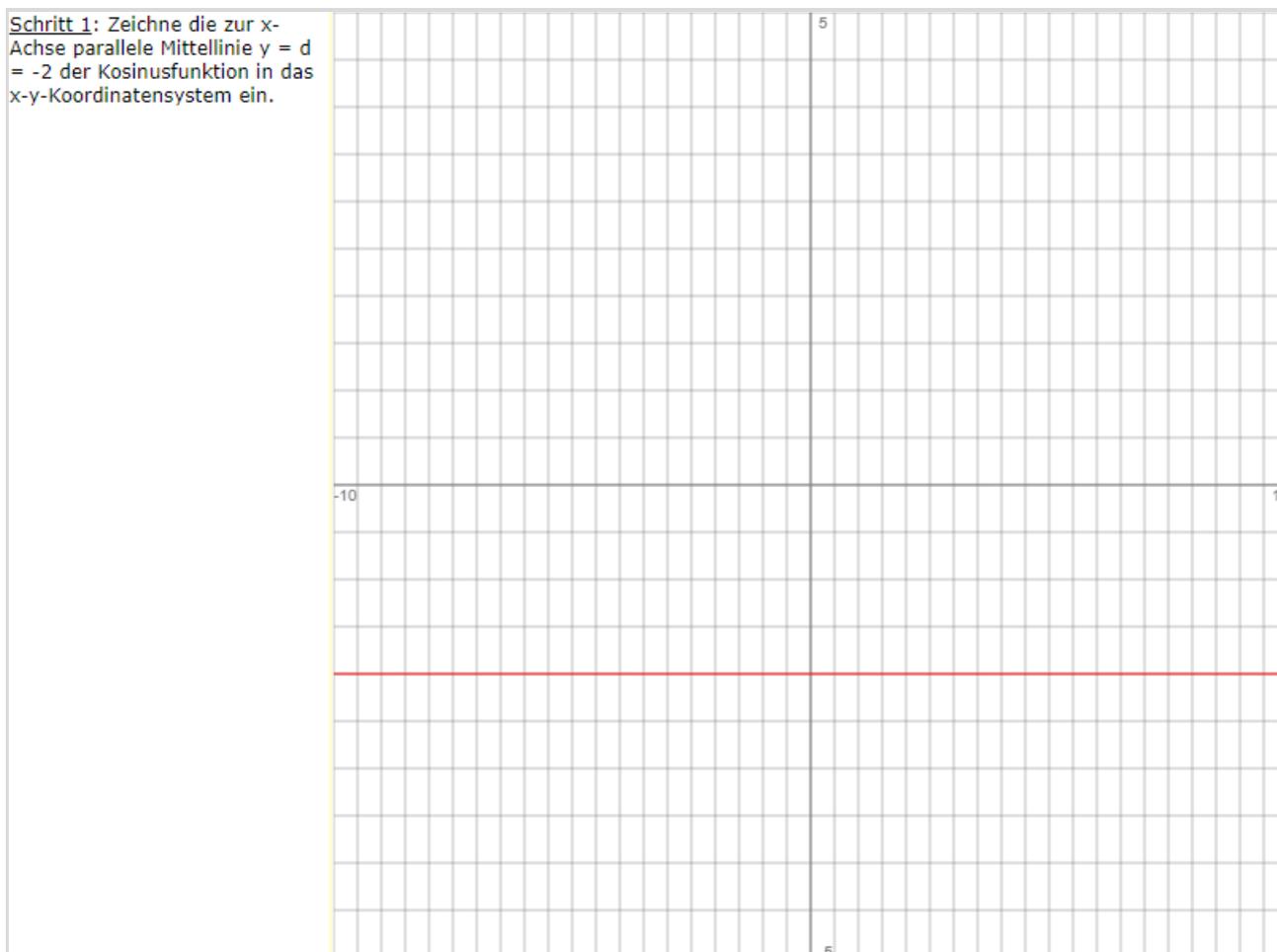
$$f(x) = 2 \cos\left(\frac{2}{3}x\right) - 2$$

in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem.

Lösung: I. Allgemein gilt für eine trigonometrische Funktion vom Typ $f(x) = a \cos(bx) + d$ mit reellen a, b, d : a ist die Amplitude der Kosinuskurve, also die Differenz zwischen y-Koordinate des Hochpunkts und der Mittellinie der Funktion; d ist die Mittellinie der Funktion, also das arithmetische Mittel der y-Koordinaten von Hoch- und Tiefpunkt der Kosinuskurve; $b > 0$ charakterisiert die Streckung ($b < 1$) bzw. Stauchung ($b > 1$) der Kosinusfunktion entlang der x-Achse, so dass sich als Periode p der Kosinusfunktion ergibt: $p = 2\pi/b$.

II. Somit gilt mit $a=2, d=-2$ und $b=2/3$ ($p=2\pi/(2/3)=3\pi$) die folgende Vorgehensweise beim Skizzieren der obigen Funktion $f(x) = 2 \cos\left(\frac{2}{3}x\right) - 2$:

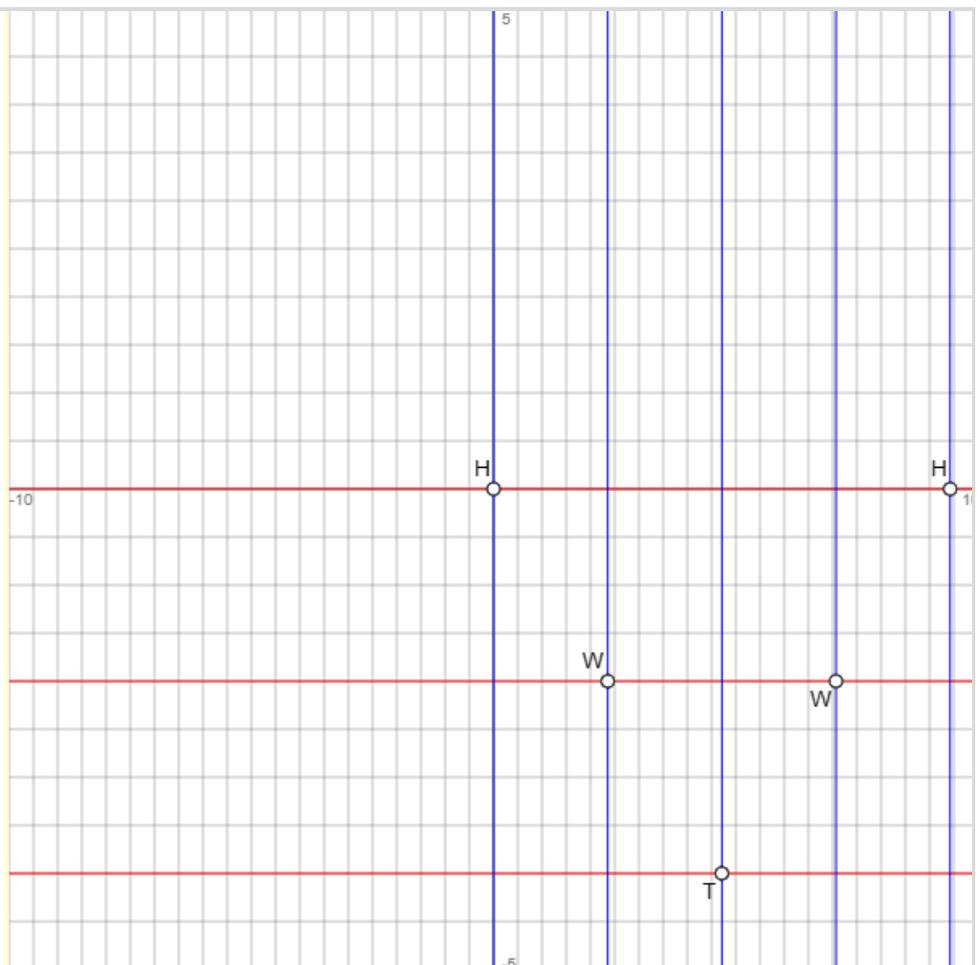
Schritt 1: Zeichne die zur x-Achse parallele Mittellinie $y = d = -2$ der Kosinusfunktion in das x-y-Koordinatensystem ein.



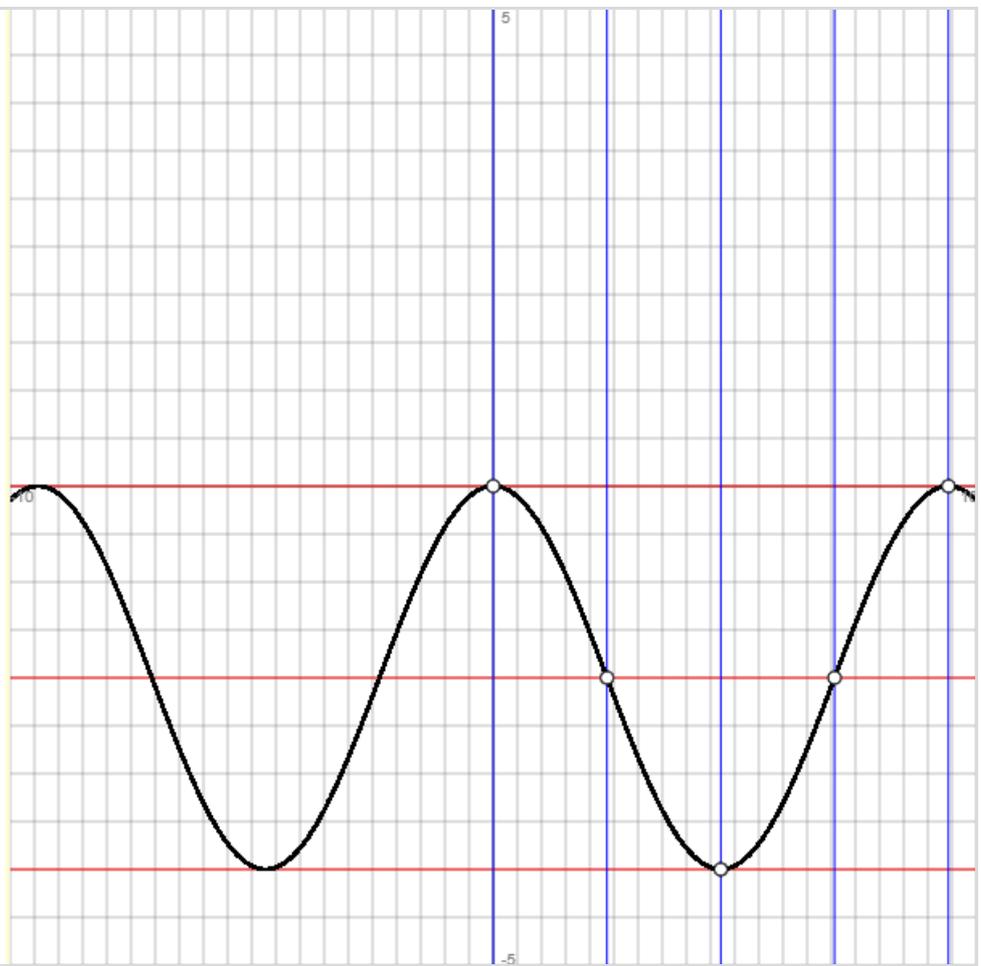
Schritt 2: Zeichne im Abstand $|a| = 2$ von der Mittellinie $d = -2$ die parallelen Geraden $y = d - |a| = 0$ und $y = d + |a| = -4$ in das x - y -Koordinatensystem ein. Die Kosinusfunktion verläuft dann im Streifen zwischen diesen Parallelen; die Hochpunkte befinden sich auf der Geraden $y = 0$, die Tiefpunkte auf der Geraden $y = -4$.



Schritt 3: Die Periode der Kosinusfunktion beträgt $p = 2\pi/b = 9.4248$. Innerhalb einer Periode, etwa zwischen $x = 0$ und $x = 9.4248$, verläuft die Kosinuskurve vom Hochpunkt ($x=0$, H) zur Mittellinie ($x=2.3562$, W, 1. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Tiefpunkt ($x=4.7124$, T, 2. Periodenviertel), vom Tiefpunkt zur Mittellinie ($x=7.0686$, W, 3. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Hochpunkt ($x=9.4248$, H, 4. Periodenviertel).



Schritt 4: Verbinde die Hoch- (H), Tief- (T) und Mittellinien-/Wendepunkte (W) der Kosinusfunktion zur Kosinuskurve im x-y-Koordinatensystem.



www.michael-buhlmann.de / 05.2024 / Aufgabe 2048