

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Trigonometrische Funktionen

Aufgabe: Skizziere die Funktion

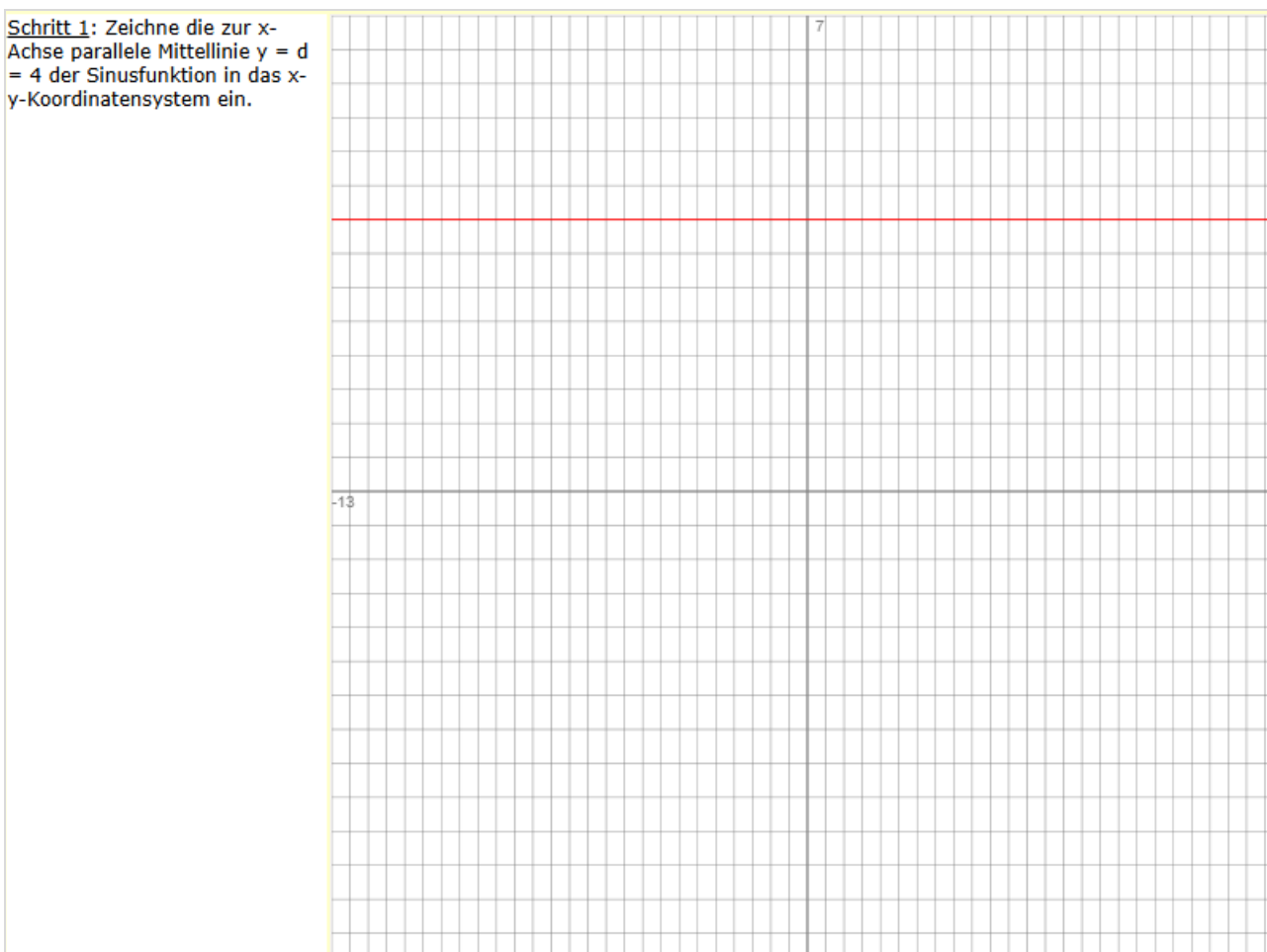
$$f(x) = -2 \sin\left(\frac{\pi}{6} x\right) + 4$$

in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem.

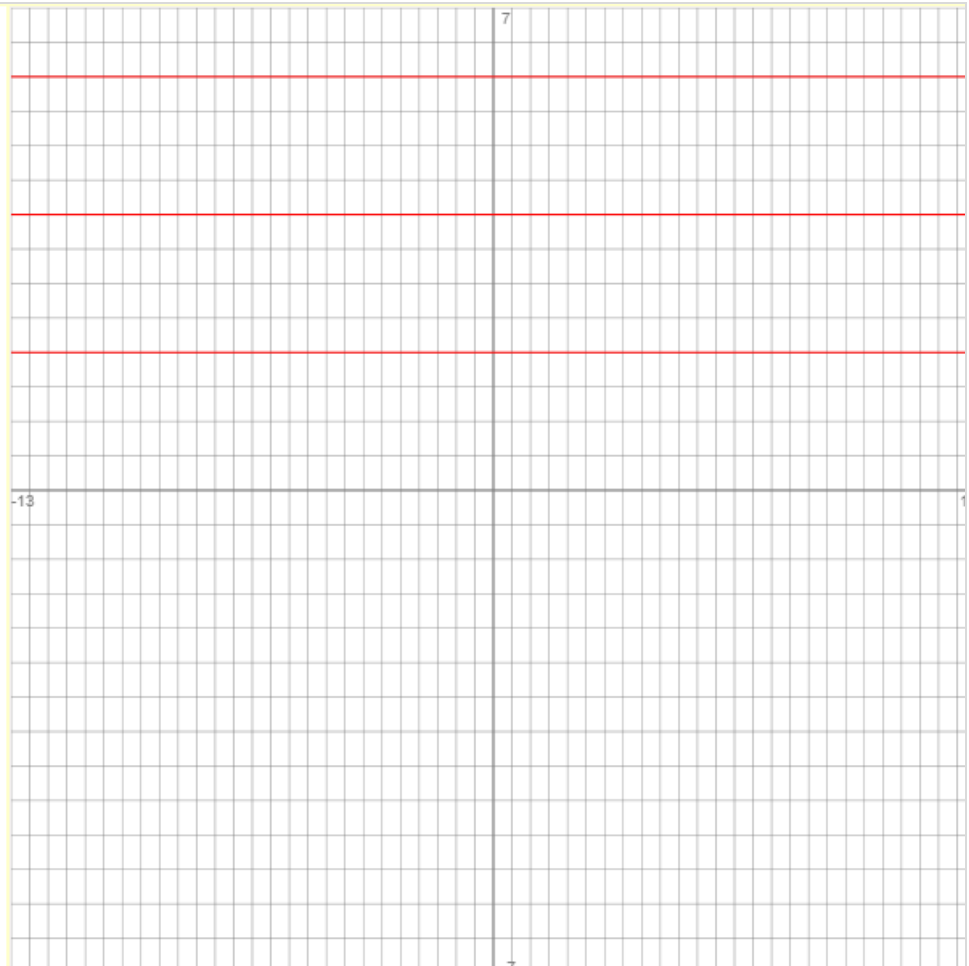
Lösung: I. Allgemein gilt für eine trigonometrische Funktion vom Typ $f(x) = a \sin(bx) + d$ mit reellen a, b, d : a ist die Amplitude der Sinuskurve, also die Differenz zwischen y -Koordinate des Hochpunkts und der Mittellinie der Funktion; d ist die Mittellinie der Funktion, also das arithmetische Mittel der y -Koordinaten von Hoch- und Tiefpunkt der Sinuskurve; $b > 0$ charakterisiert die Streckung ($b < 1$) bzw. Stauchung ($b > 1$) der Sinusfunktion entlang der x -Achse, so dass sich als Periode p der Sinusfunktion ergibt: $p = 2\pi/b$.

II. Somit gilt mit $a = -2$, $d = 4$ und $b = \pi/6$ ($p = 2\pi/(\pi/6) = 12$) die folgende Vorgehensweise beim Skizzieren der obigen Funktion $f(x) = -2 \sin\left(\frac{\pi}{6} x\right) + 4$:

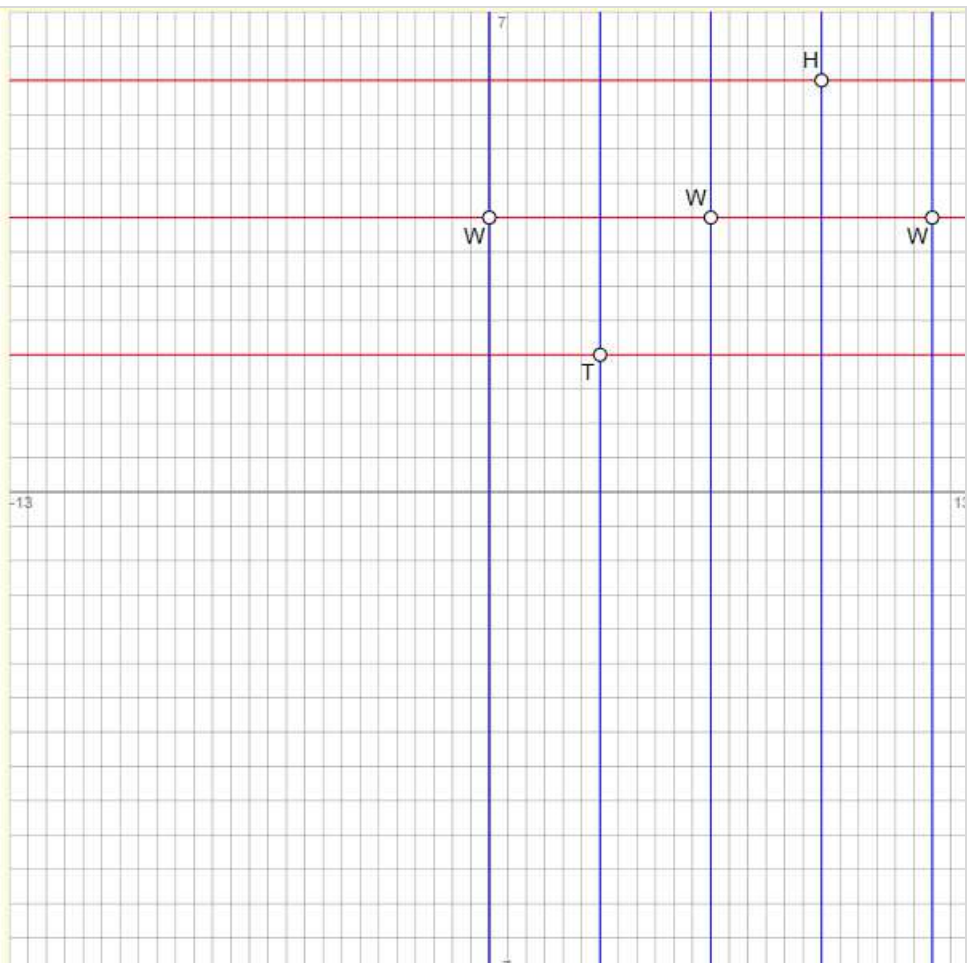
Schritt 1: Zeichne die zur x -Achse parallele Mittellinie $y = d = 4$ der Sinusfunktion in das x - y -Koordinatensystem ein.



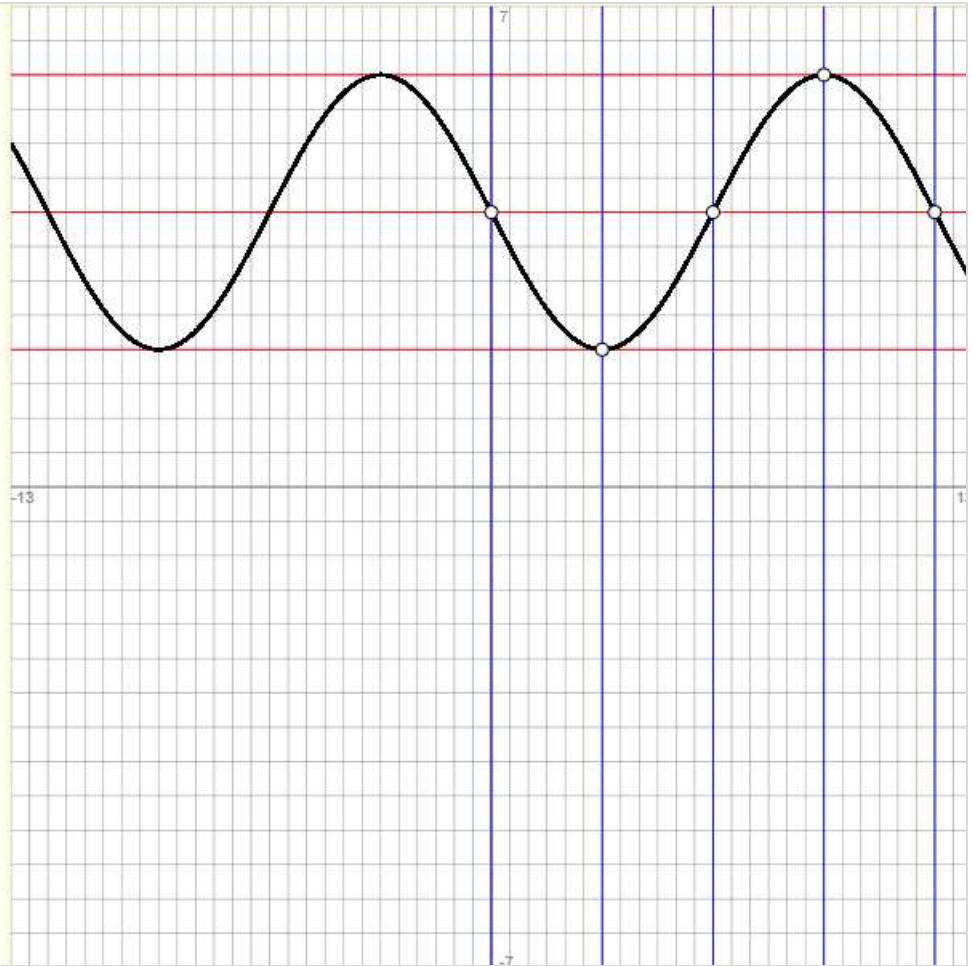
Schritt 2: Zeichne im Abstand $|a| = 2$ von der Mittellinie $d = 4$ die parallelen Geraden $y = d - |a| = 6$ und $y = d + |a| = 2$ in das x - y -Koordinatensystem ein. Die Sinusfunktion verläuft dann im Streifen zwischen diesen Parallelen; die Hochpunkte befinden sich auf der Geraden $y = 6$, die Tiefpunkte auf der Geraden $y = 2$.



Schritt 3: Die Periode der Sinusfunktion beträgt $p = 2\pi/b = 12$. Innerhalb einer Periode, etwa zwischen $x = 0$ und $x = 12$, verläuft die Sinuskurve von der Mittellinie ($x=0$, W) zum Tiefpunkt ($x=3$, T, 1. Periodenviertel), vom Tiefpunkt zur Mittellinie ($x=6$, W, 2. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Hochpunkt ($x=9$, H, 3. Periodenviertel), vom Hochpunkt zur Mittellinie ($x=12$, W, 4. Periodenviertel).



Schritt 4: Verbinde die Hoch- (H), Tief- (T) und Mittellinien-/Wendepunkte (W) der Sinusfunktion zur Sinuskurve im x-y-Koordinatensystem.



www.michael-buhlmann.de / 10.2024 / Aufgabe 2211