

# Mathematikaufgaben

## > Analysis

## > Trigonometrische Funktionen

**Aufgabe:** Skizziere die Funktion

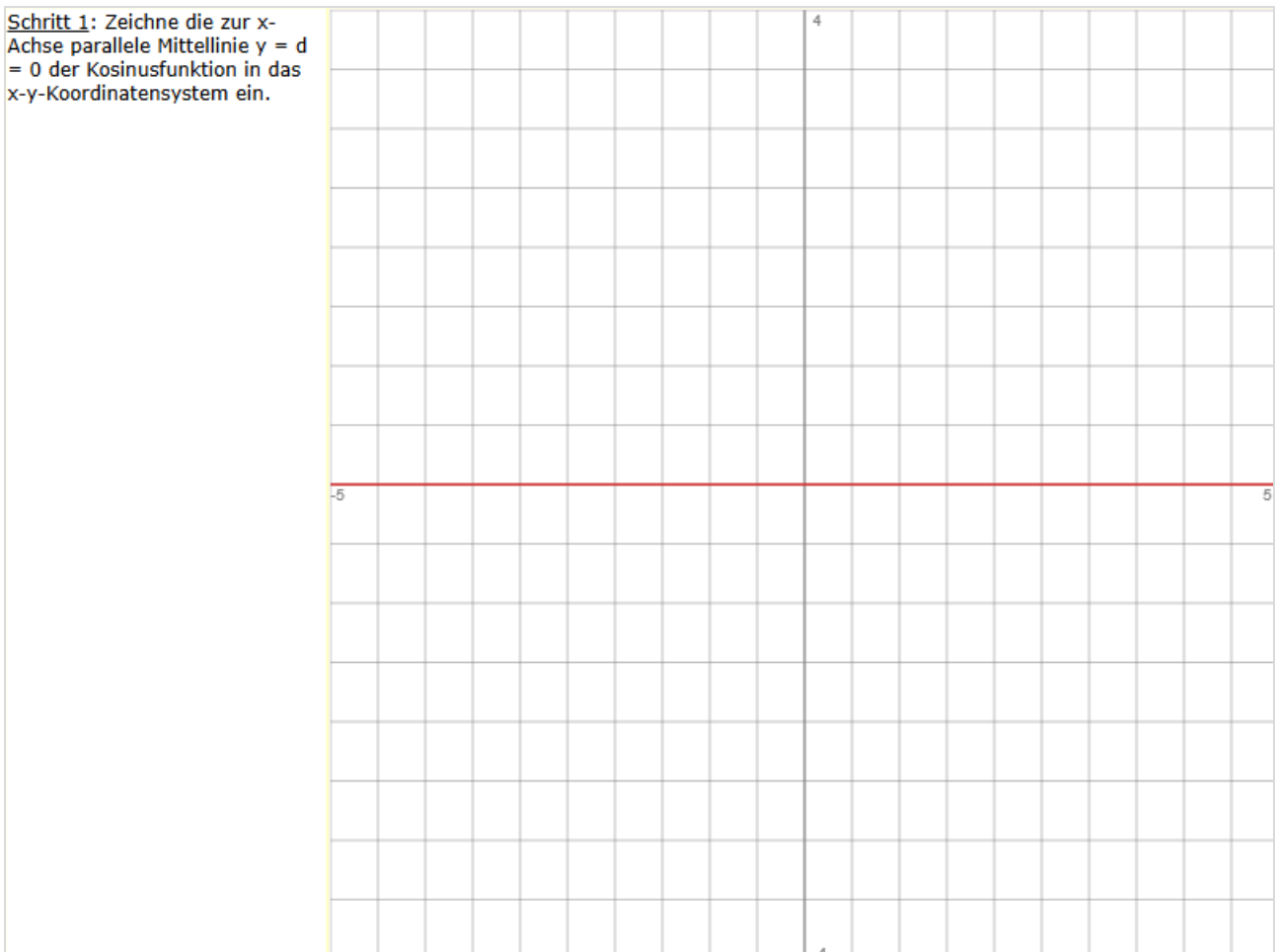
$$f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} x\right)$$

in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem.

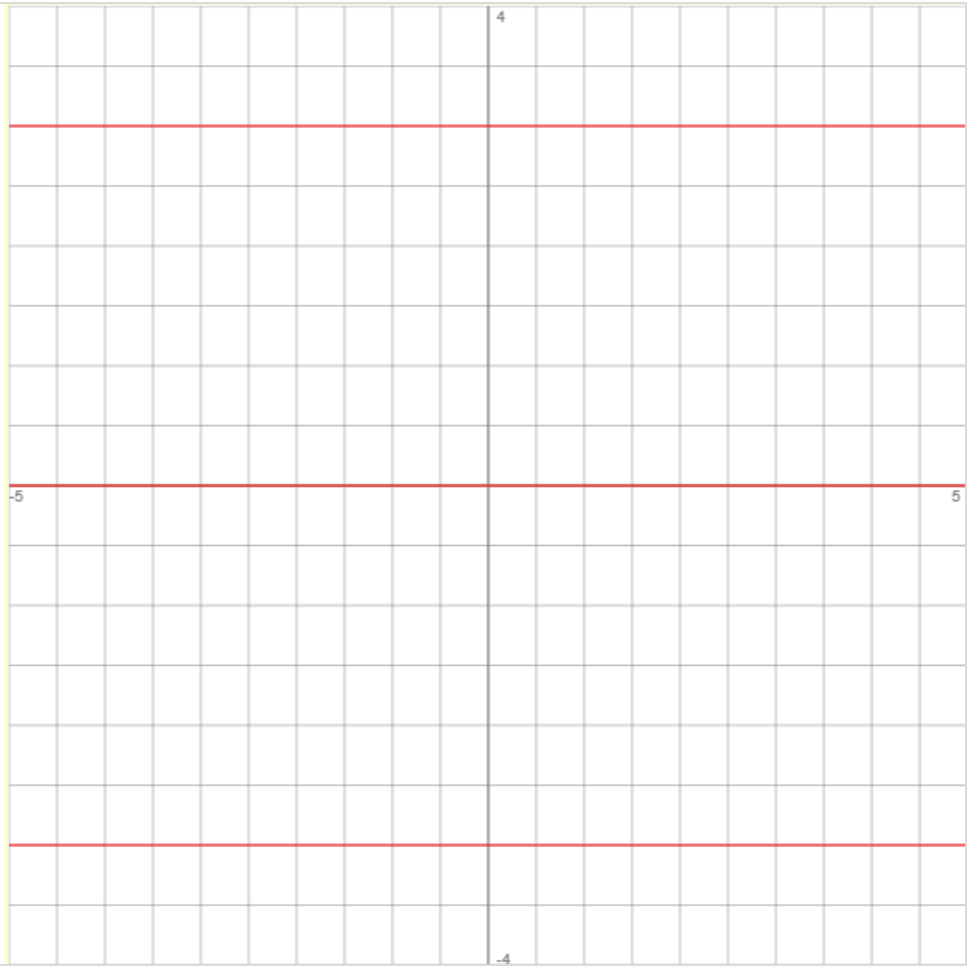
**Lösung:** I. Allgemein gilt für eine trigonometrische Funktion vom Typ  $f(x) = a \cos(bx) + d$  mit reellen  $a, b, d$ :  $a$  ist die Amplitude der Kosinuskurve, also die Differenz zwischen y-Koordinate des Hochpunkts und der Mittellinie der Funktion;  $d$  ist die Mittellinie der Funktion, also das arithmetische Mittel der y-Koordinaten von Hoch- und Tiefpunkt der Kosinuskurve;  $b > 0$  charakterisiert die Streckung ( $b < 1$ ) bzw. Stauchung ( $b > 1$ ) der Sinusfunktion entlang der x-Achse, so dass sich als Periode  $p$  der Kosinusfunktion ergibt:  $p = 2\pi/b$ .

II. Somit gilt mit  $a=3, d=0$  und  $b=\pi/2$  ( $p=2\pi/(\pi/2)=4$ ) die folgende Vorgehensweise beim Skizzieren der obigen Funktion  $f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} x\right)$ :

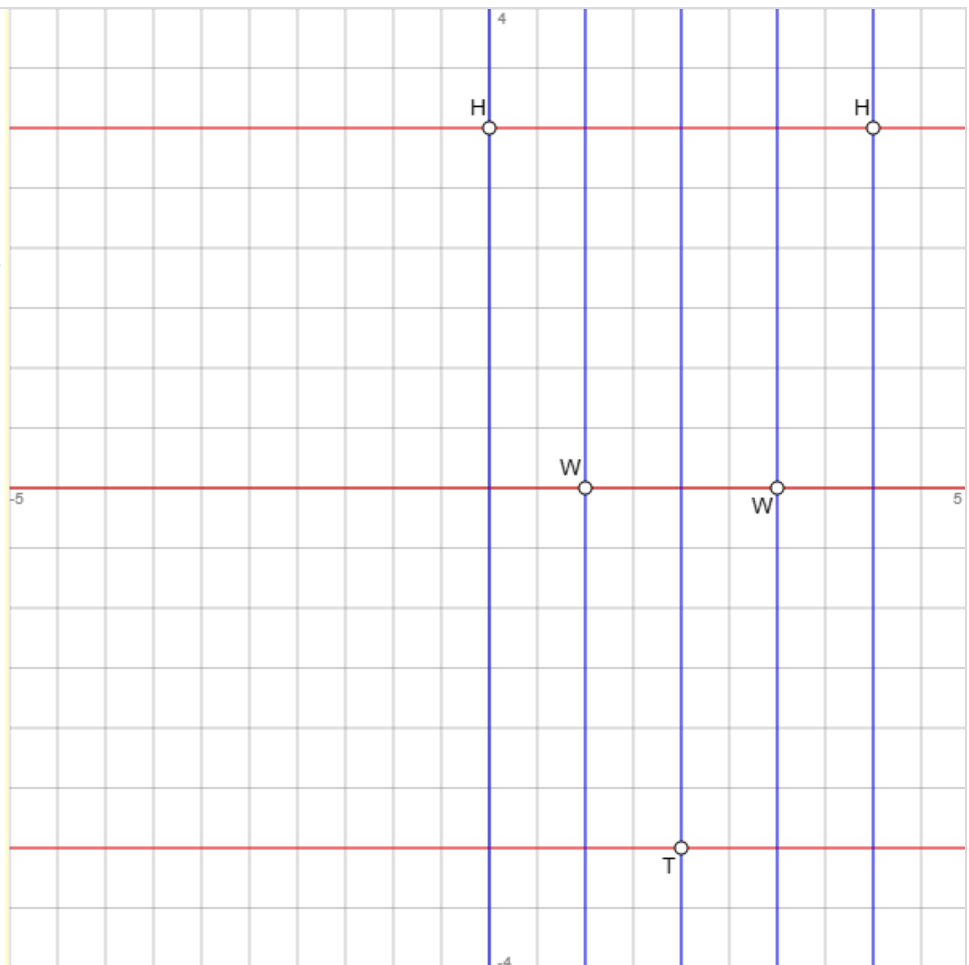
**Schritt 1:** Zeichne die zur x-Achse parallele Mittellinie  $y = d = 0$  der Kosinusfunktion in das x-y-Koordinatensystem ein.



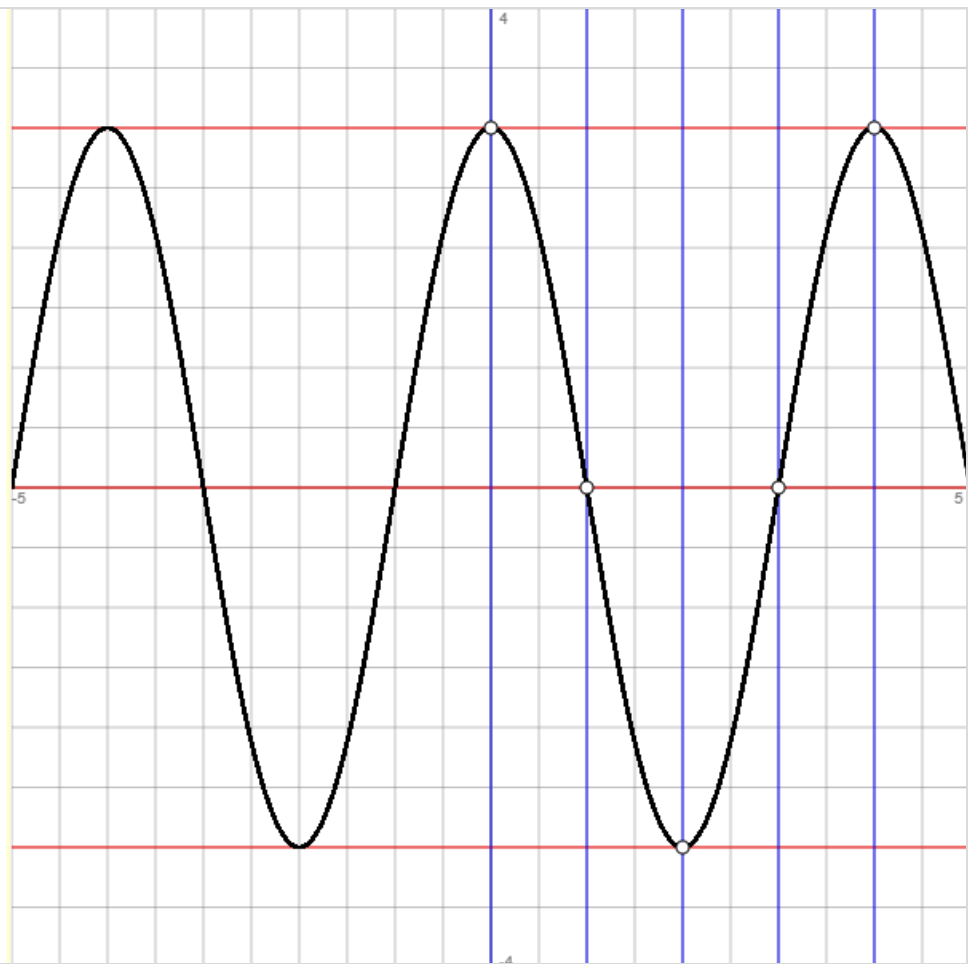
**Schritt 2:** Zeichne im Abstand  $|a| = 3$  von der Mittellinie  $d = 0$  die parallelen Geraden  $y = d - |a| = 3$  und  $y = d + |a| = -3$  in das  $x$ - $y$ -Koordinatensystem ein. Die Kosinusfunktion verläuft dann im Streifen zwischen diesen Parallelen; die Hochpunkte befinden sich auf der Geraden  $y = 3$ , die Tiefpunkte auf der Geraden  $y = -3$ .



**Schritt 3:** Die Periode der Kosinusfunktion beträgt  $p = 2\pi/b = 4$ . Innerhalb einer Periode, etwa zwischen  $x = 0$  und  $x = 4$ , verläuft die Kosinuskurve vom Hochpunkt ( $x=0$ , H) zur Mittellinie ( $x=1$ , W, 1. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Tiefpunkt ( $x=2$ , T, 2. Periodenviertel), vom Tiefpunkt zur Mittellinie ( $x=3$ , W, 3. Periodenviertel), von der Mittellinie zum Hochpunkt ( $x=4$ , H, 4. Periodenviertel).



**Schritt 4:** Verbinde die Hoch- (H), Tief- (T) und Mittellinien-/Wendepunkte (W) der Kosinusfunktion zur Kosinuskurve im x-y-Koordinatensystem.



www.michael-buhlmann.de / 10.2024 / Aufgabe 2212