

Mathematikaufgaben

> Geometrie

> Formeln

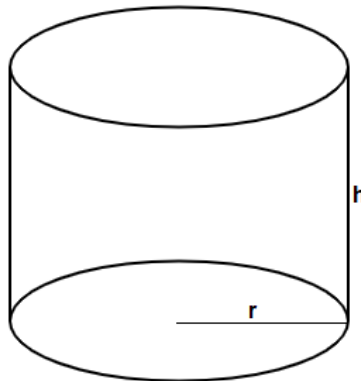
Aufgabe: a) Ein Zylinder besitzt den Radius $r = 3,5$ cm und die Höhe $h = 8,5$ cm. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen V des Zylinders.

b) Ein Zylinder besitzt den Radius $r = 6,5$ cm und ein Oberflächeninhalt $O = 367,6$ cm². Berechne die Höhe h des Zylinders.

c) Ein Zylinder besitzt die Höhe $h = 10,2$ cm und ein Volumen $V = 438,7$ cm³. Berechne den Durchmesser des Zylinders.

d) Ein Zylinder besitzt den Mantelflächeninhalt $M = 200$ cm² und ein Volumen $V = 600$ cm³. Berechne den Durchmesser und den Oberflächeninhalt des Zylinders.

e) Ein Zylinder besitzt die Oberflächeninhalt $O = 1187,5$ cm² und die Höhe $h = 12,0$ cm. Berechne den Radius und das Volumen des Zylinders.



Lösung: I. Wir verwenden die Formel zur Berechnung von Oberflächeninhalt O und Volumen V eines Zylinders mit Radius r und Höhe h , ergänzt um die Formeln zur Grundfläche G und Mantelfläche M , zum Durchmesser und zum Grundflächenumfang:

$$\begin{aligned}d &= 2r, u = 2\pi r \\G &= \pi r^2, M = 2\pi r h \\O &= 2G + M = 2\pi r^2 + 2\pi r h, V = \pi r^2 h\end{aligned}$$

und haben damit:

II. a) Einsetzen von Radius $r = 3,5$ cm und Höhe $h = 8,5$ cm in die entsprechenden Formeln ergibt:

$$\begin{aligned}\text{Gegeben: } r &= 3.5 \text{ cm, } h = 8.5 \text{ cm} \rightarrow \\ \text{Durchmesser: } d &= 2 \cdot 3.5 = 7 \text{ cm} \\ \text{Umfang: } u &= 2\pi \cdot 3.5 = 22 \text{ cm} \\ \text{Grundfläche: } G &= \pi \cdot 3.5^2 = 38.5 \text{ cm}^2 \\ \text{Mantelfläche: } M &= 2\pi \cdot 3.5 \cdot 8.5 = 186.9 \text{ cm}^2 \\ \text{Oberfläche: } O &= 2\pi \cdot 3.5^2 + 2\pi \cdot 3.5 \cdot 8.5 = 263.9 \text{ cm}^2 \\ \text{Volumen: } V &= \pi \cdot 3.5^2 \cdot 8.5 = 327.1 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

b) Einsetzen von Radius $r = 6,5$ cm und Oberfläche $O = 367,6$ cm² in die Formeln ergibt nach eventuellem Umstellen:

$$\text{Gegeben: } r = 6.5 \text{ cm, } O = 367.6 \text{ cm}^2 \rightarrow$$

Durchmesser: $d = 2 \cdot 6.5 = 13 \text{ cm}$
 Umfang: $u = 2\pi \cdot 6.5 = 40.8 \text{ cm}$
 Grundfläche: $G = \pi \cdot 6.5^2 = 132.7 \text{ cm}^2$

Höhe: $O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$
 $367.6 = 2\pi \cdot 6.5^2 + 2\pi \cdot 6.5 \cdot h$
 $367.6 = 265.46 + 40.84 \cdot h \quad | -265.46$
 $102.14 = 40.84 \cdot h \quad | :40.84$
 $2.5 = h \rightarrow h = 2.5 \text{ cm}$

Mantelfläche: $M = 2\pi \cdot 6.5 \cdot 2.5 = 102.1 \text{ cm}^2$
 Volumen: $V = \pi \cdot 6.5^2 \cdot 2.5 = 331.9 \text{ cm}^3$.

c) Einsetzen von Höhe $h = 10,2 \text{ cm}$ und Volumen $V = 438,7 \text{ cm}^3$ in die Formeln ergibt nach eventuellem Umstellen:

Gegeben: $h = 10.2 \text{ cm}$, $V = 438.7 \text{ cm}^3 \rightarrow$

Radius: $V = \pi r^2 h$
 $438.7 = \pi r^2 \cdot 10.2$
 $438.7 = 32.04 \cdot r^2 \quad | :32.04$
 $13.69 = r^2 \quad | \sqrt{\quad}$
 $3.7 = r \rightarrow r = 3.7 \text{ cm}$

Durchmesser: $d = 2 \cdot 3.7 = 7.4 \text{ cm}$
 Grundfläche: $G = \pi \cdot 3.7^2 = 43 \text{ cm}^2$
 Mantelfläche: $M = 2\pi \cdot 3.7 \cdot 10.2 = 237.1 \text{ cm}^2$
 Oberfläche: $O = 2\pi \cdot 3.7^2 + 2\pi \cdot 3.7 \cdot 10.2 = 323.2 \text{ cm}^2$.

d) Einsetzen von Mantelflächeninhalt $M = 200 \text{ cm}^2$ und Volumen $V = 438,7 \text{ cm}^3$ in die Formeln ergibt nach eventuellem Umstellen:

Gegeben: $M = 200 \text{ cm}^2$, $V = 600 \text{ cm}^3 \rightarrow$

Radius: $V/M = r/2$
 $600/200 = r/2$
 $3 = r/2 \quad | \cdot 2$
 $6 = r \rightarrow r = 6 \text{ cm}$

Durchmesser: $d = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$
 Grundfläche: $G = \pi \cdot 6^2 = 113.1 \text{ cm}^2$

Höhe: $M = 2\pi rh$
 $200 = 2\pi \cdot 6 \cdot h$
 $200 = 37.7 \cdot h \quad | :37.7$
 $5.31 = h \rightarrow h = 5.3 \text{ cm}$

Oberfläche: $O = 2\pi \cdot 6^2 + 2\pi \cdot 6 \cdot 5.31 = 426.2 \text{ cm}^2$

e) Einsetzen von Oberflächeninhalt $O = 1187,5 \text{ cm}^2$ und Höhe $h = 12,0 \text{ cm}$ in die Formeln ergibt nach eventuellem Umstellen:

Gegeben: $h = 12 \text{ cm}$, $O = 1187.5 \text{ cm}^2 \rightarrow$

Radius: $O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$
 $1187.5 = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot 12$
 $0 = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot 12 - 1187.5 \quad | : (2\pi)$
 $0 = r^2 + 12 \cdot r - 189$ (quadratische Gleichung)

$-\frac{12}{2} + \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 + 189} = -6 + \sqrt{225} = -6 + 15 = r$
 $9 = r \rightarrow r = 9 \text{ cm}$

Durchmesser: $d = 2 \cdot 9 = 18 \text{ cm}$
 Umfang: $u = 2\pi \cdot 9 = 56.5 \text{ cm}$
 Grundfläche: $G = \pi \cdot 9^2 = 254.5 \text{ cm}^2$
 Mantelfläche: $M = 2\pi \cdot 9 \cdot 12 = 678.6 \text{ cm}^2$
Volumen: $V = \pi \cdot 9^2 \cdot 12 = 3053.6 \text{ cm}^3$