

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: Bestimme den Funktionsterm der Geraden, die durch die Punkte P(-1|4) und Q(3|-5) verläuft.

Lösung: I. Die Funktionsvorschrift einer allgemeinen Geraden ist ein (Funktions-) Term von der Form $y = mx + b$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y (Geradengleichung). Sind hinsichtlich einer Geradenbestimmung zwei Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ gegeben, so sind die folgenden Vorgehensweisen möglich:

a) Die Gerade errechnet sich durch Einsetzen der Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ in die allgemeine Gleichung $y = mx + b$ und durch das anschließende Lösen des entstandenen linearen Gleichungssystems mit den Variablen m und b etwa mit Hilfe des Additions- oder Subtraktionsverfahrens:

$$\begin{aligned} mx_1 + b &= y_1 \\ mx_2 + b &= y_2. \end{aligned}$$

b) Der Berechnung der Steigung mit dem Differenzenquotienten $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ der Punkte $P(x_1|y_1)$

und $Q(x_2|y_2)$ folgt das Einsetzen etwa des Punktes P in die Geradengleichung $y = mx + b$, um b als $b = y_1 - mx_1$ zu bestimmen.

c) Auch die sog. Zweipunkteform $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ der Geraden kann angewendet werden und

ergibt mit den vorgegebenen Punkten $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ sofort die Geradengleichung:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$$

mit: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ und $b = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$.

II. Hinsichtlich der Bestimmung der Geraden gehen wir von der allgemeinen Geradengleichung

$y = mx + b$ aus und berechnen zunächst die Steigung als $m = \frac{-5 - 4}{3 - (-1)} = -\frac{9}{4} = -2,25$, so dass

$y = -2,25x + b$ gilt. Einsetzen des Punktes $P(-1|4)$ ergibt:

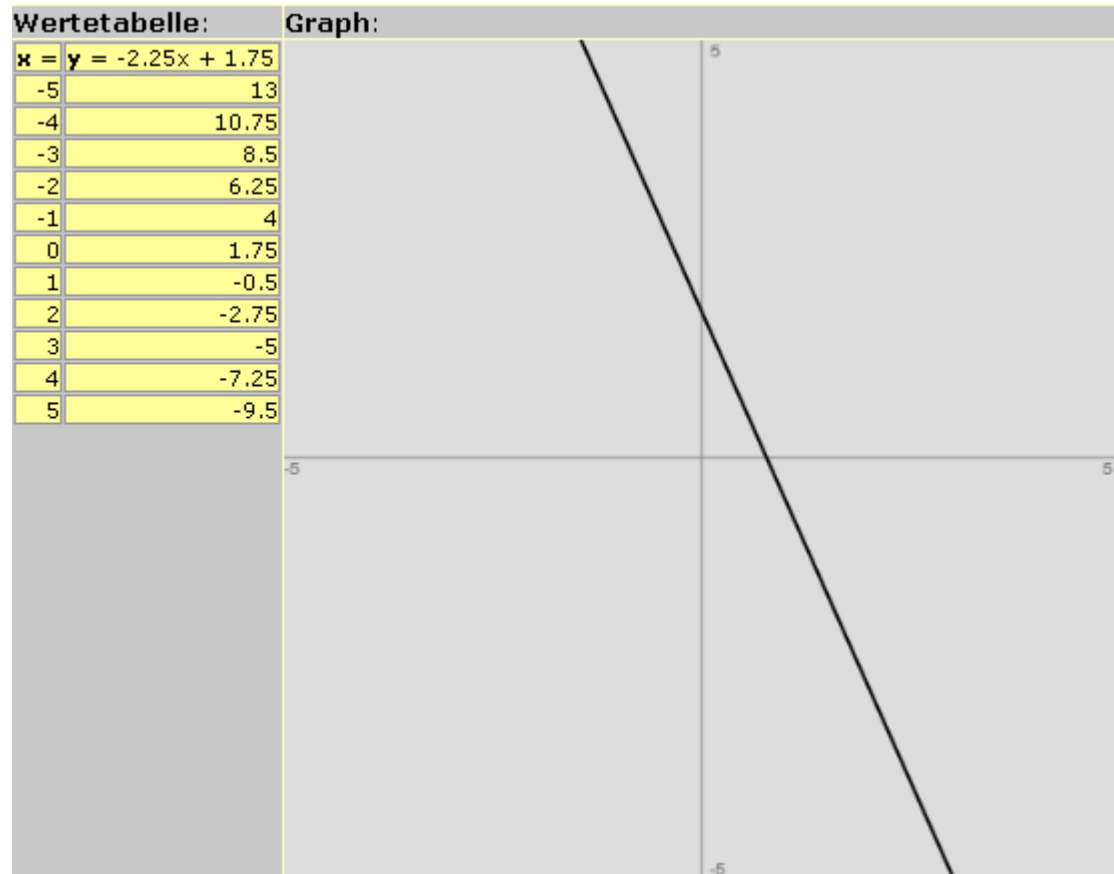
$$4 = -2,25 \cdot (-1) + b \quad (\text{Zusammenfassen})$$

$$4 = 2,25 + b \quad | -2,25$$

$$1,75 = b$$

Die Geradengleichung lautet also: $y = -2,25x + 1,75$.

III. Wertetabelle und Graph der Geraden $y = -2,25x + 1,75$ sind:



www.michael-buhlmann.de / 12.2015 / Aufgabe 183