

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: Bestimme den Funktionsterm der Geraden, die durch die Punkte P(-10|-8) und Q(5|12) verläuft.

Lösung: I. Die Funktionsvorschrift einer allgemeinen Geraden ist ein (Funktions-) Term von der Form $y = mx + b$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y (Geradengleichung). Sind hinsichtlich einer Geradenbestimmung zwei Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ gegeben, so sind die folgenden Vorgehensweisen möglich:

a) Die Gerade errechnet sich durch Einsetzen der Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ in die allgemeine Gleichung $y = mx + b$ und durch das anschließende Lösen des entstandenen linearen Gleichungssystems mit den Variablen m und b etwa mit Hilfe des Additions- oder Subtraktionsverfahrens:

$$\begin{aligned} mx_1 + b &= y_1 \\ mx_2 + b &= y_2. \end{aligned}$$

b) Der Berechnung der Steigung mit dem Differenzenquotienten $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ der Punkte $P(x_1|y_1)$

und $Q(x_2|y_2)$ folgt das Einsetzen etwa des Punktes P in die Geradengleichung $y = mx + b$, um b als $b = y_1 - mx_1$ zu bestimmen.

c) Auch die sog. Zweipunkteform $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ der Geraden kann angewendet werden und

ergibt mit den vorgegebenen Punkten $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ sofort die Geradengleichung:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$$

$$\text{mit: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ und } b = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1.$$

II. Hinsichtlich der Bestimmung der Geraden gehen wir von der allgemeinen Geradengleichung $y = mx + b$ aus und setzen darin die Punkt P(-10|-8) und Q(5|12) ein. Es ergibt sich ein lineares Gleichungssystem der Variablen m und b :

$$-10m + b = -8 \quad (1)$$

$$5m + b = 12 \quad (2)$$

Subtraktion (2) – (1) der beiden Gleichungen voneinander führt auf eine Gleichung mit der Unbekannten m :

$$15m = 20 \quad | :15$$

$$m = \frac{4}{3}$$

Einsetzen von m z.B. in Gleichung (1) ergibt:

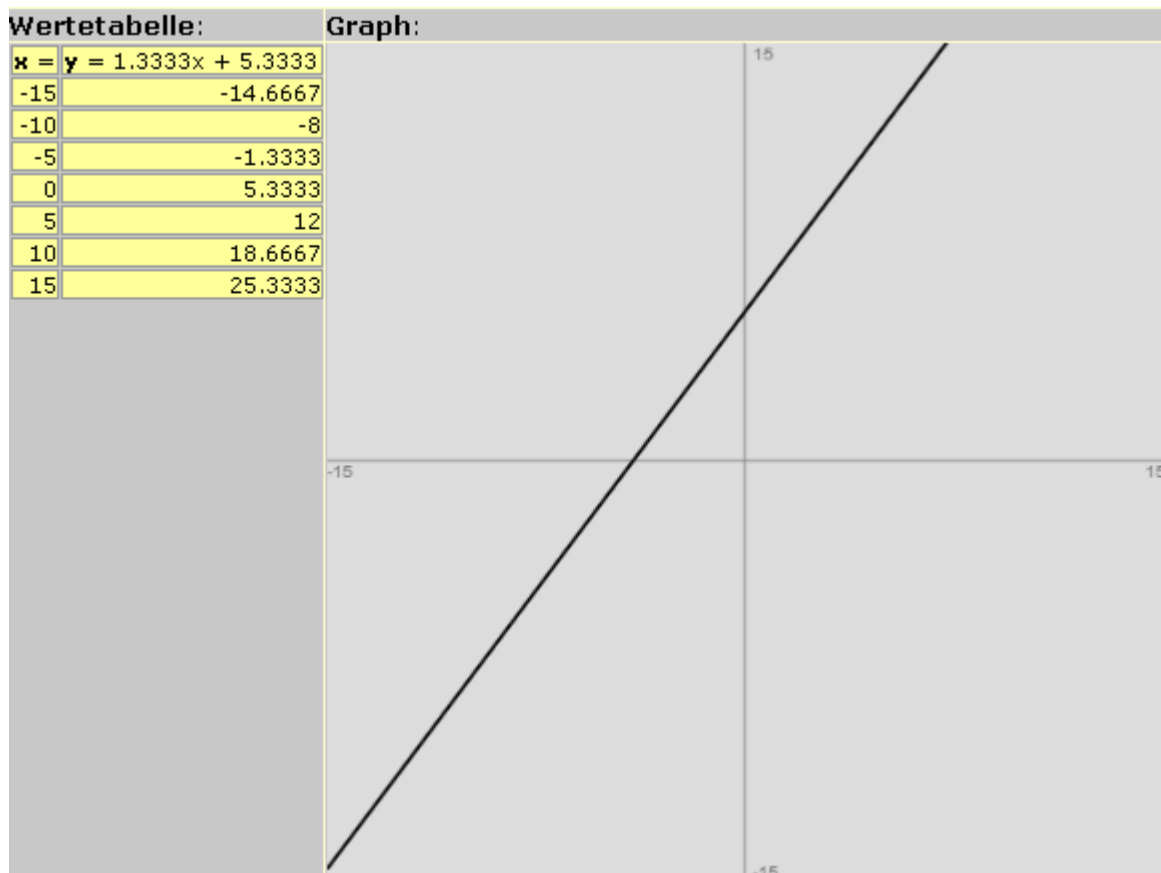
$$-10 \cdot \frac{4}{3} + b = -8 \quad (\text{Zusammenfassen})$$

$$-\frac{40}{3} + b = -8 \quad | +\frac{40}{3}$$

$$b = -8 + \frac{40}{3} = \frac{16}{3}$$

Die Geradengleichung lautet also: $y = \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$.

III. Wertetabelle und Graph der Geraden $y = \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$ sind:



www.michael-buhlmann.de / 12.2015 / Aufgabe 184