

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Geraden

**Aufgabe:** Bestimme den Funktionsterm der Geraden, die durch die Punkte P(-10|-8) und Q(5|12) verläuft.

**Lösung:** I. Die Funktionsvorschrift einer allgemeinen Geraden ist ein (Funktions-) Term von der Form  $y = mx + b$  mit der unabhängigen Variablen  $x$  und der abhängigen Variablen  $y$  (Geradengleichung). Sind hinsichtlich einer Geradenbestimmung zwei Punkte  $P(x_1|y_1)$  und  $Q(x_2|y_2)$  gegeben, so sind die folgenden Vorgehensweisen möglich:

a) Die Gerade errechnet sich durch Einsetzen der Punkte  $P(x_1|y_1)$  und  $Q(x_2|y_2)$  in die allgemeine Gleichung  $y = mx + b$  und durch das anschließende Lösen des entstandenen linearen Gleichungssystems mit den Variablen  $m$  und  $b$  etwa mit Hilfe des Additions- oder Subtraktionsverfahrens:

$$\begin{aligned} mx_1 + b &= y_1 \\ mx_2 + b &= y_2. \end{aligned}$$

b) Der Berechnung der Steigung mit dem Differenzenquotienten  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  der Punkte  $P(x_1|y_1)$

und  $Q(x_2|y_2)$  folgt das Einsetzen etwa des Punktes  $P$  in die Geradengleichung  $y = mx + b$ , um  $b$  als  $b = y_1 - mx_1$  zu bestimmen.

c) Auch die sog. Zweipunkteform  $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  der Geraden kann angewendet werden und

ergibt mit den vorgegebenen Punkten  $P(x_1|y_1)$  und  $Q(x_2|y_2)$  sofort die Geradengleichung:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$$

mit:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  und  $b = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$ .

II. Hinsichtlich der Bestimmung der Geraden gehen wir von der allgemeinen Geradengleichung  $y = mx + b$  aus und setzen darin die Punkt P(-10|-8) und Q(5|12) ein. Es ergibt sich ein lineares Gleichungssystem der Variablen  $m$  und  $b$ :

$$-10m + b = -8 \quad (1)$$

$$5m + b = 12 \quad (2)$$

Subtraktion (2) – (1) der beiden Gleichungen voneinander führt auf eine Gleichung mit der Unbekannten  $m$ :

$$15m = 20 \quad | :15$$

$$m = \frac{4}{3}$$

Einsetzen von  $m$  z.B. in Gleichung (1) ergibt:

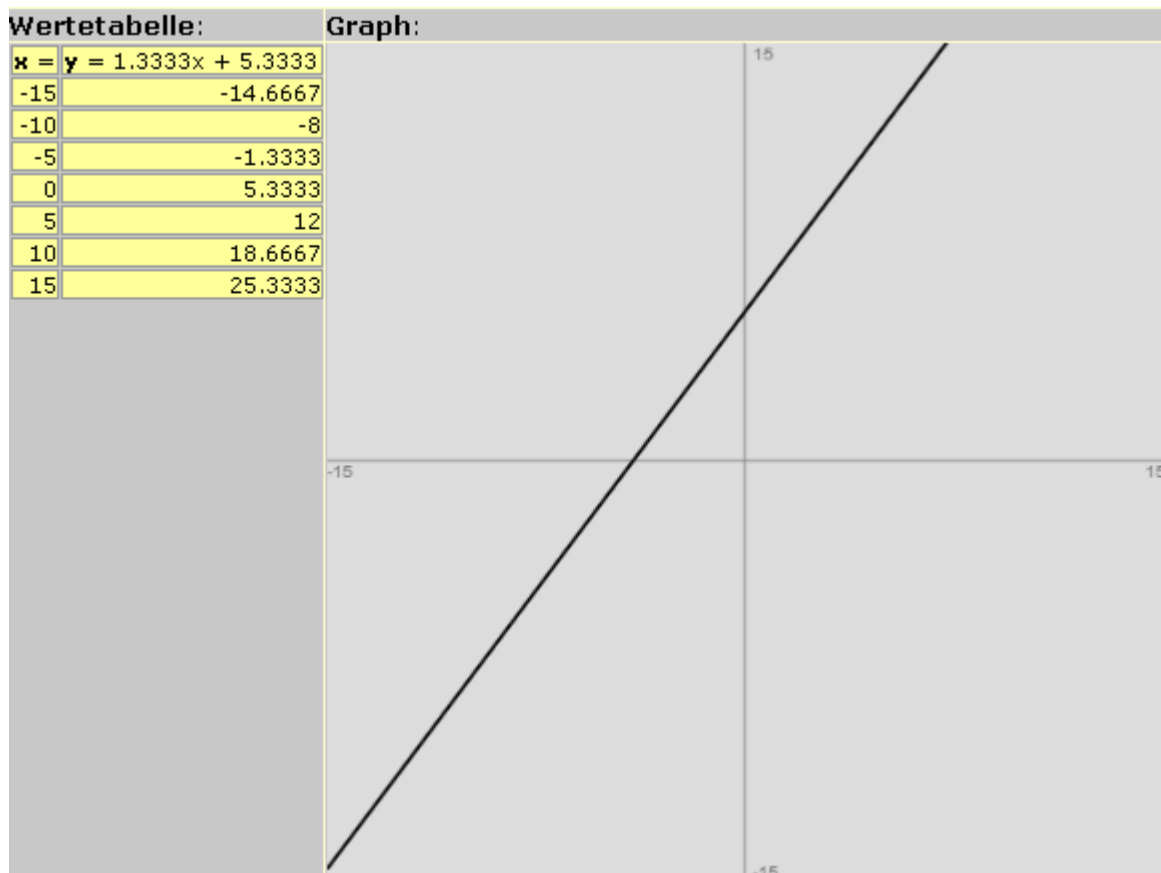
$$-10 \cdot \frac{4}{3} + b = -8 \quad (\text{Zusammenfassen})$$

$$-\frac{40}{3} + b = -8 \quad | +\frac{40}{3}$$

$$b = -8 + \frac{40}{3} = \frac{16}{3}$$

Die Geradengleichung lautet also:  $y = \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$ .

III. Wertetabelle und Graph der Geraden  $y = \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$  sind:



[www.michael-buhlmann.de](http://www.michael-buhlmann.de) / 12.2015 / Aufgabe 184