

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Geraden

---

**Aufgabe:** Bestimme den Funktionsterm der Geraden, die durch die Punkte P(0|-4) und Q(2|5) verläuft.

**Lösung:** I. Die Funktionsvorschrift einer allgemeinen Geraden ist ein (Funktions-) Term von der Form  $y = mx + b$  mit der unabhängigen Variablen  $x$  und der abhängigen Variablen  $y$  (Geradengleichung). Sind hinsichtlich einer Geradenbestimmung zwei Punkte  $P(x_1|y_1)$  und  $Q(x_2|y_2)$  gegeben, so sind die folgenden Vorgehensweisen möglich:

a) Die Gerade errechnet sich durch Einsetzen der Punkte  $P(x_1|y_1)$  und  $Q(x_2|y_2)$  in die allgemeine Gleichung  $y = mx + b$  und durch das anschließende Lösen des entstandenen linearen Gleichungssystems mit den Variablen  $m$  und  $b$  etwa mit Hilfe des Additions- oder Subtraktionsverfahrens:

$$\begin{aligned} mx_1 + b &= y_1 \\ mx_2 + b &= y_2. \end{aligned}$$

b) Der Berechnung der Steigung mit dem Differenzenquotienten  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  der Punkte  $P(x_1|y_1)$

und  $Q(x_2|y_2)$  folgt das Einsetzen etwa des Punktes  $P$  in die Geradengleichung  $y = mx + b$ , um  $b$  als  $b = y_1 - mx_1$  zu bestimmen.

c) Auch die sog. Zweipunkteform  $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  der Geraden kann angewendet werden und

ergibt mit den vorgegebenen Punkten  $P(x_1|y_1)$  und  $Q(x_2|y_2)$  sofort die Geradengleichung:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$$

$$\text{mit: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ und } b = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1.$$

II. Hinsichtlich der Bestimmung der Geraden gehen wir von der allgemeinen Geradengleichung  $y = mx + b$  aus und setzen darin die Punkt  $P(0|-4)$  und  $Q(2|5)$  ein. Es ergibt sich ein lineares Gleichungssystem der Variablen  $m$  und  $b$ :

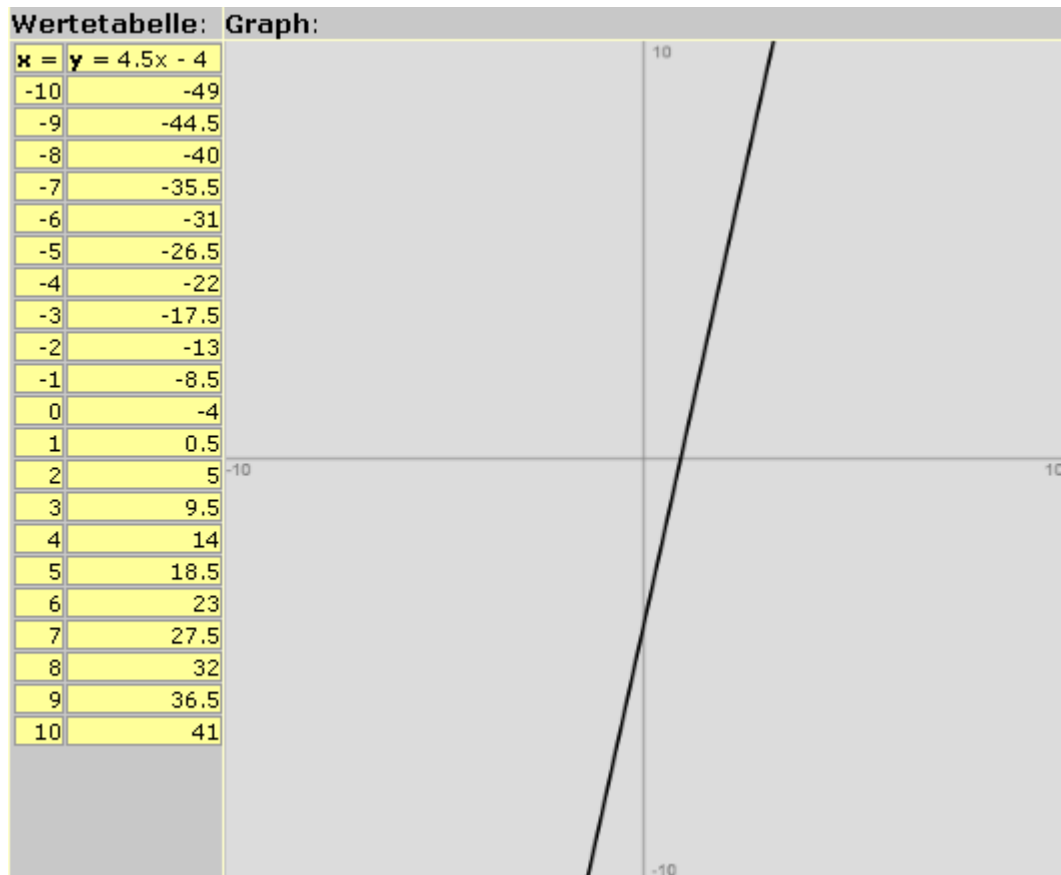
$$\begin{aligned} b &= -4 & (1) \\ 2m + b &= 5 & (2) \end{aligned}$$

Weil  $P(0|-4)$  der  $y$ -Achsenabschnittspunkt der Geraden ist, ist  $b$  mit dem  $y$ -Koordinate des Punktes  $P$  identisch, also:  $b = -4$ . Wir setzen  $b$  in Gleichung (2) ein und erhalten die Unbekannte  $m$ :

$$\begin{aligned} 2m - 4 &= 5 & | +4 \\ 2m &= 9 & | :2 \\ m &= 4,5 \end{aligned}$$

Die Geradengleichung lautet also:  $y = 4,5x - 4$ .

III. Wertetabelle und Graph der Geraden  $y = 4,5x - 4$  sind:



[www.michael-buhlmann.de](http://www.michael-buhlmann.de) / 12.2015 / Aufgabe 185