

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: Bestimme den Funktionsterm der Geraden, die durch die Punkte P(0|-4) und Q(2|5) verläuft.

Lösung: I. Die Funktionsvorschrift einer allgemeinen Geraden ist ein (Funktions-) Term von der Form $y = mx + b$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y (Geradengleichung). Sind hinsichtlich einer Geradenbestimmung zwei Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ gegeben, so sind die folgenden Vorgehensweisen möglich:

a) Die Gerade errechnet sich durch Einsetzen der Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ in die allgemeine Gleichung $y = mx + b$ und durch das anschließende Lösen des entstandenen linearen Gleichungssystems mit den Variablen m und b etwa mit Hilfe des Additions- oder Subtraktionsverfahrens:

$$\begin{aligned} mx_1 + b &= y_1 \\ mx_2 + b &= y_2. \end{aligned}$$

b) Der Berechnung der Steigung mit dem Differenzenquotienten $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ der Punkte $P(x_1|y_1)$

und $Q(x_2|y_2)$ folgt das Einsetzen etwa des Punktes P in die Geradengleichung $y = mx + b$, um b als $b = y_1 - mx_1$ zu bestimmen.

c) Auch die sog. Zweipunkteform $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ der Geraden kann angewendet werden und

ergibt mit den vorgegebenen Punkten $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ sofort die Geradengleichung:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1$$

$$\text{mit: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ und } b = -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x_1 + y_1.$$

II. Hinsichtlich der Bestimmung der Geraden gehen wir von der allgemeinen Geradengleichung $y = mx + b$ aus und setzen darin die Punkt $P(0|-4)$ und $Q(2|5)$ ein. Es ergibt sich ein lineares Gleichungssystem der Variablen m und b :

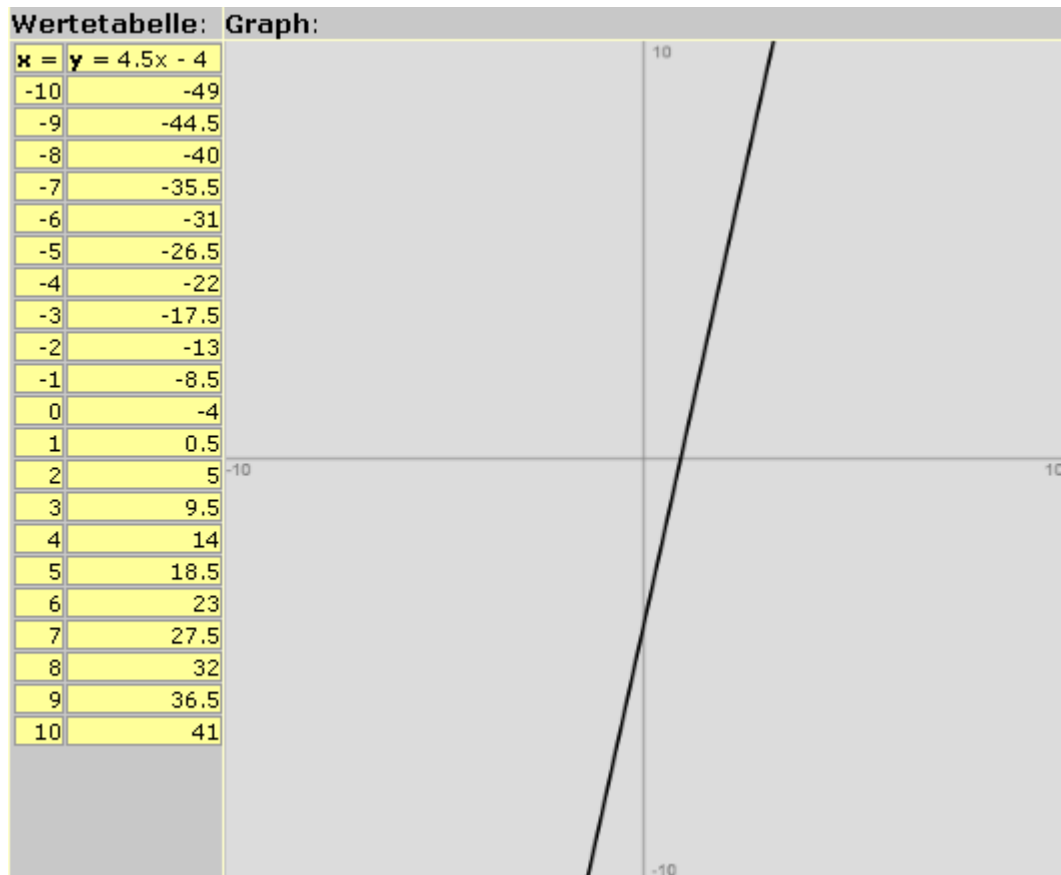
$$\begin{aligned} b &= -4 & (1) \\ 2m + b &= 5 & (2) \end{aligned}$$

Weil $P(0|-4)$ der y -Achsenabschnittspunkt der Geraden ist, ist b mit dem y -Koordinate des Punktes P identisch, also: $b = -4$. Wir setzen b in Gleichung (2) ein und erhalten die Unbekannte m :

$$\begin{aligned} 2m - 4 &= 5 & | +4 \\ 2m &= 9 & | :2 \\ m &= 4,5 \end{aligned}$$

Die Geradengleichung lautet also: $y = 4,5x - 4$.

III. Wertetabelle und Graph der Geraden $y = 4,5x - 4$ sind:



www.michael-buhlmann.de / 12.2015 / Aufgabe 185