

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: Bestimme den Schnittpunkt der Geraden:

$$g: y = \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}$$

$$h: y = \frac{5}{6}x - \frac{11}{5}$$

rechnerisch.

Lösung: I. Rechnerisch lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden in seiner x-Koordinate durch Gleichsetzen der Geradengleichungen $g: y = m_1x + b_1$ und $h: y = m_2x + b_2$ ermitteln, also:

$$m_1x + b_1 = m_2x + b_2 \Rightarrow m_1x - m_2x = b_2 - b_1 \Rightarrow (m_1 - m_2)x = b_2 - b_1 \Rightarrow x_S = \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1}.$$

Einsetzen in die Geradengleichung von g oder h ergibt die y-Koordinate des Schnittpunkts, also:

$$y_S = m_1x_S + b_1 = m_1 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_1 = m_2x_S + b_2 = m_2 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_2.$$

Der Schnittpunkt lautet dann: $S(x_S|y_S)$.

II. Rechnerisch gehen wir wie folgt vor: Gleichsetzen der Geradengleichungen von $g: y = \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}$

und $h: y = \frac{5}{6}x - \frac{11}{5}$ ($y = y$) führt auf die Gleichung und deren Umformungen:

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{5}{6}x - \frac{11}{5} \quad | \cdot 30 \text{ (Multiplikation mit dem Hauptnenner)}$$

$$\frac{2}{3}x \cdot 30 - \frac{3}{2} \cdot 30 = \frac{5}{6}x \cdot 30 - \frac{11}{5} \cdot 30 \quad \text{(Kürzen)}$$

$$20x - 45 = 25x - 66 \quad | -20x$$

$$-45 = 5x - 66 \quad | +66$$

$$21 = 5x \quad | :5$$

$$x = 4,2.$$

Die x-Koordinate des Schnittpunktes ist damit: $x_S = 4,2$. Einsetzen von $x_S = 4,2$ z.B. in die Geradengleichung $g: y = \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}$ ergibt:

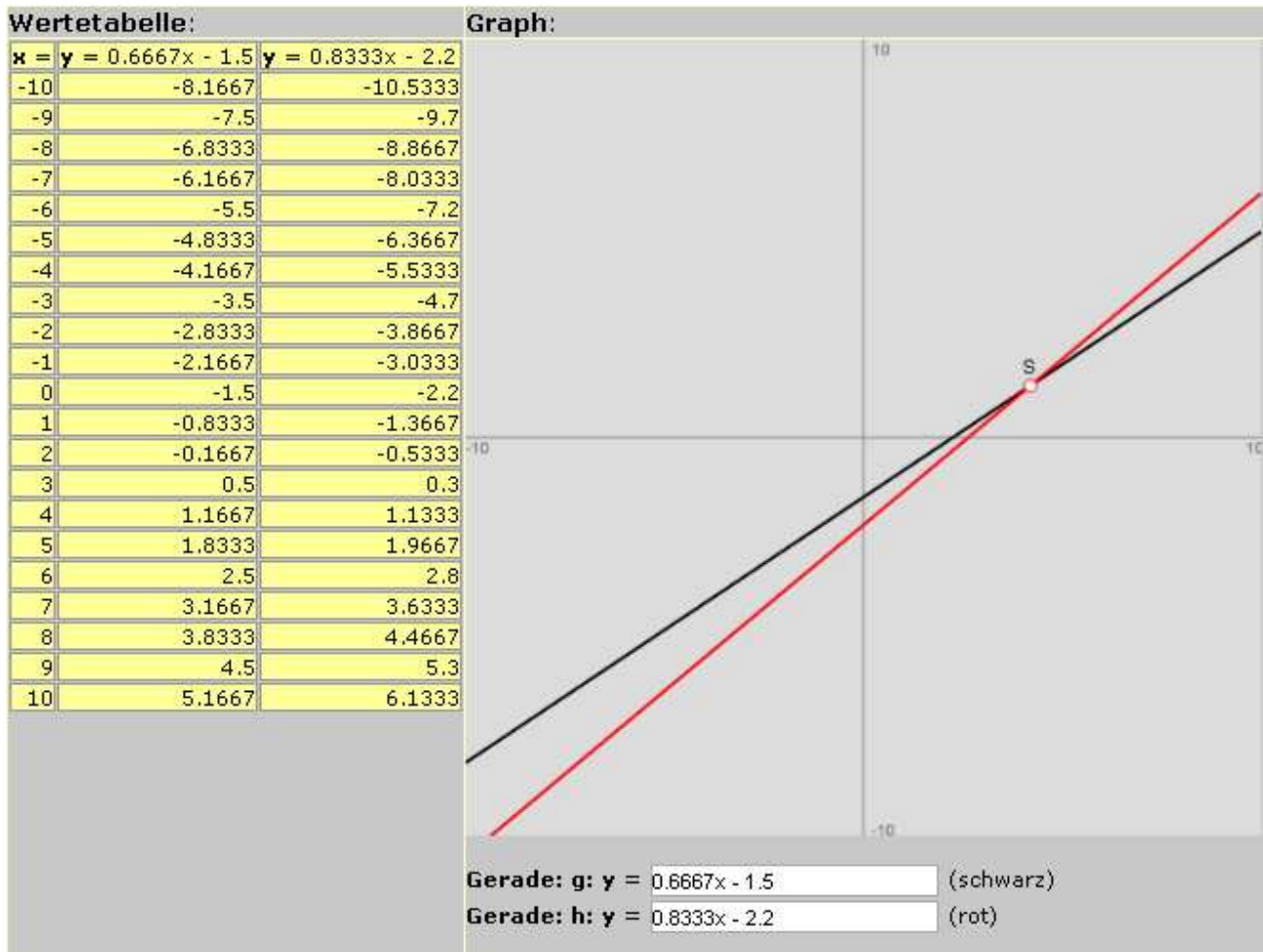
$$y_S = \frac{2}{3} \cdot 4,2 - \frac{3}{2}$$

$$y_S = \frac{2}{3} \cdot 4,2 - \frac{3}{2} = 2,8 - 1,5 = 1,3,$$

so dass $S(4,2|1,3)$ der Schnittpunkt der beiden Geraden g und h ist.

III. Wir führen noch Wertetabellen und Graphen der Geraden $g: y = \frac{2}{3}x - \frac{3}{2}$ und $h: y = \frac{5}{6}x - \frac{11}{5}$

an:



Der Schnittpunkt ist dann auch laut Zeichnung: S(4,2|1,3).