

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: Bestimme den Schnittpunkt der Geraden:

$$g: y = \frac{8}{3}x + \frac{1}{6}$$

$$h: y = -\frac{2}{5}x + 4$$

rechnerisch.

Lösung: I. Rechnerisch lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden in seiner x-Koordinate durch Gleichsetzen der Geradengleichungen $g: y = m_1x + b_1$ und $h: y = m_2x + b_2$ ermitteln, also:

$$m_1x + b_1 = m_2x + b_2 \Rightarrow m_1x - m_2x = b_2 - b_1 \Rightarrow (m_1 - m_2)x = b_2 - b_1 \Rightarrow x_S = \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1}.$$

Einsetzen in die Geradengleichung von g oder h ergibt die y-Koordinate des Schnittpunkts, also:

$$y_S = m_1x_S + b_1 = m_1 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_1 = m_2x_S + b_2 = m_2 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_2.$$

Der Schnittpunkt lautet dann: $S(x_S|y_S)$.

II. Rechnerisch gehen wir wie folgt vor: Gleichsetzen der Geradengleichungen von $g: y = \frac{8}{3}x + \frac{1}{6}$

und $h: y = -\frac{2}{5}x + 4$ ($y = y$) führt auf die Gleichung und deren Umformungen:

$$\frac{8}{3}x + \frac{1}{6} = -\frac{2}{5}x + 4 \quad | \cdot 30 \text{ (Multiplikation mit dem Hauptnenner)}$$

$$\frac{8}{3}x \cdot 30 + \frac{1}{6} \cdot 30 = -\frac{2}{5}x \cdot 30 + 4 \cdot 30 \quad \text{(Kürzen)}$$

$$80x + 5 = -12x + 120 \quad | +12x$$

$$92x + 5 = 120 \quad | -5$$

$$92x = 115 \quad | :92$$

$$x = 1,25.$$

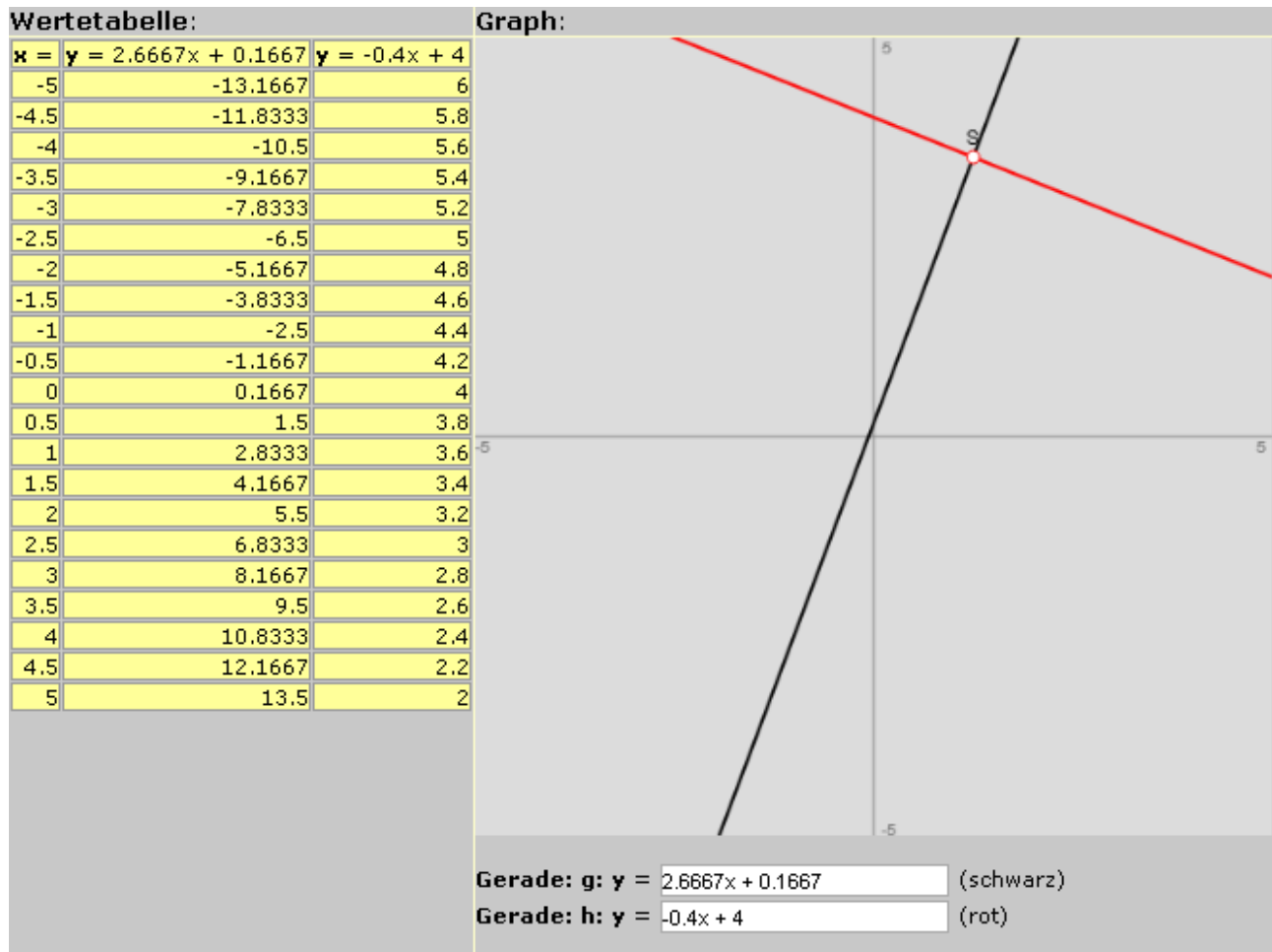
Die x-Koordinate des Schnittpunktes ist damit: $x_S = 1,25$. Einsetzen von $x_S = 1,25$ z.B. in die Geradengleichung $h: y = -\frac{2}{5}x + 4$ ergibt:

$$y_S = -\frac{2}{5} \cdot 1,25 + 4 = 3,5,$$

so dass $S(1,25|3,5)$ der Schnittpunkt der beiden Geraden g und h ist.

III. Wir führen noch Wertetabellen und Graphen der Geraden g: $y = \frac{8}{3}x + \frac{1}{6}$ und h: $y = -\frac{2}{5}x + 4$

an:



Der Schnittpunkt ist dann auch laut Zeichnung: S(1.25|3,5).