

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: a) Bestimme den Schnittpunkt der Geraden:

$$g: y = -\frac{5}{2}x + 10$$

$$h: y = 0,4x - 3$$

rechnerisch.

b) Zeige, dass die beiden Geraden senkrecht aufeinander stehen.

Lösung: I. Allgemein gilt: a) Rechnerisch lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden in seiner x-Koordinate durch Gleichsetzen der Geradengleichungen $g: y = m_1x + b_1$ und $h: y = m_2x + b_2$ ermitteln, also:

$$m_1x + b_1 = m_2x + b_2 \Rightarrow m_1x - m_2x = b_2 - b_1 \Rightarrow (m_1 - m_2)x = b_2 - b_1 \Rightarrow x_S = \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1}.$$

Einsetzen in die Geradengleichung von g oder h ergibt die y-Koordinate des Schnittpunkts, also:

$$y_S = m_1x_S + b_1 = m_1 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_1 = m_2x_S + b_2 = m_2 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_2.$$

Der Schnittpunkt lautet dann: $S(x_S|y_S)$.

b) Zum Nachweis der Orthogonalität (Rechtwinkligkeit) zwischen zwei sich schneidenden Geraden $g: y = m_1x + b_1$ und $h: y = m_2x + b_2$ ist das Produkt der beiden Steigungen zu berechnen. Dann gilt:
 $m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow$ Geraden stehen senkrecht aufeinander
 $m_1 \cdot m_2 \neq -1 \Rightarrow$ Geraden stehen nicht senkrecht aufeinander.

II. Rechnerisch gehen wir wie folgt vor: Gleichsetzen der Geradengleichungen von

$g: y = -\frac{5}{2}x + 10 = -2,5x + 10$ und $h: y = 0,4x - 3$ ($y = y$) führt auf die Gleichung und deren Umformungen:

$$\begin{array}{rcl} -2,5x + 10 = 0,4x - 3 & & | +2,5x \\ 10 = 2,9x - 3 & & | +3 \\ 13 = 2,9x & & | :2,9 \\ x \approx 4,48. & & \end{array}$$

Die x-Koordinate des Schnittpunktes ist damit: $x_S = 4,48$. Einsetzen von $x_S = 4,48$ z.B. in die Gerade $h: y = 0,4x - 3$ ergibt:

$$y_S \approx 0,4 \cdot 4,48 - 3 = -1,21,$$

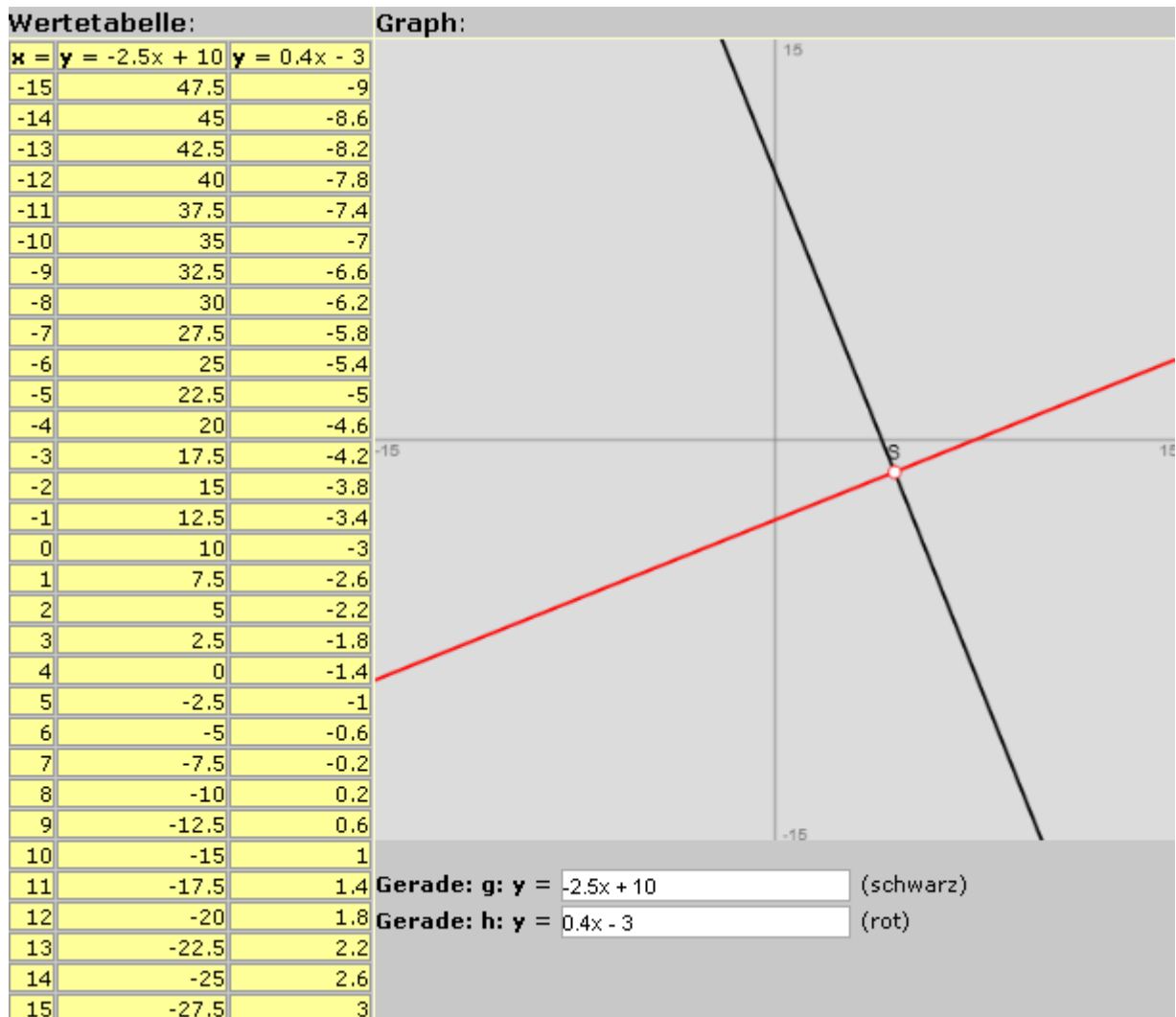
so dass $S(-4,48|-1,21)$ der Schnittpunkt der beiden Geraden g und h ist.

III. Orthogonalität: Mit $m_1 = -2,5$ und $m_2 = 0,4$ gilt:

$m_1 \cdot m_2 = -2,5 \cdot 0,4 = -1 \Rightarrow$ Geraden stehen senkrecht aufeinander.

IV. Wir führen noch Wertetabellen und Graphen der Geraden g: $y = -\frac{5}{2}x + 10$ und h: $y = 0,4x - 3$

an:



www.michael-buhlmann.de / 11.2016 / Aufgabe 273