

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: a) Bestimme den Schnittpunkt der Geraden:

$$g: y = 0,65x - 2,6$$

$$h: y = -1,4x + 5,6$$

rechnerisch.

b) Stehen die beiden Geraden senkrecht aufeinander?

Lösung: I. Allgemein gilt: a) Rechnerisch lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden in seiner x-Koordinate durch Gleichsetzen der Geradengleichungen $g: y = m_1x + b_1$ und $h: y = m_2x + b_2$ ermitteln, also:

$$m_1x + b_1 = m_2x + b_2 \Rightarrow m_1x - m_2x = b_2 - b_1 \Rightarrow (m_1 - m_2)x = b_2 - b_1 \Rightarrow x_S = \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1}.$$

Einsetzen in die Geradengleichung von g oder h ergibt die y-Koordinate des Schnittpunkts, also:

$$y_S = m_1x_S + b_1 = m_1 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_1 = m_2x_S + b_2 = m_2 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_2.$$

Der Schnittpunkt lautet dann: $S(x_S|y_S)$.

b) Zum Nachweis der Orthogonalität (Rechtwinkligkeit) zwischen zwei sich schneidenden Geraden $g: y = m_1x + b_1$ und $h: y = m_2x + b_2$ ist das Produkt der beiden Steigungen zu berechnen. Dann gilt:
 $m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow$ Geraden stehen senkrecht aufeinander
 $m_1 \cdot m_2 \neq -1 \Rightarrow$ Geraden stehen nicht senkrecht aufeinander.

II. Rechnerisch gehen wir wie folgt vor: Gleichsetzen der Geradengleichungen von $g: y = 0,65x - 2,6$ und $h: y = -1,4x + 5,6$ ($y = y$) führt auf die Gleichung und deren Umformungen:

$$\begin{array}{rcl} 0,65x - 2,6 = -1,4x + 5,6 & & | +1,4x \\ 2,05x - 2,6 = 5,6 & & | +2,6 \\ 2,05x = 8,2 & & | :2,05 \\ x = 4. & & \end{array}$$

Die x-Koordinate des Schnittpunktes ist damit: $x_S = 4$. Einsetzen von $x_S=4$ z.B. in die Gerade $h: y = -1,4x + 5,6$ ergibt:

$$y_S = -1,4 \cdot 4 + 5,6 = -5,6 + 5,6 = 0,$$

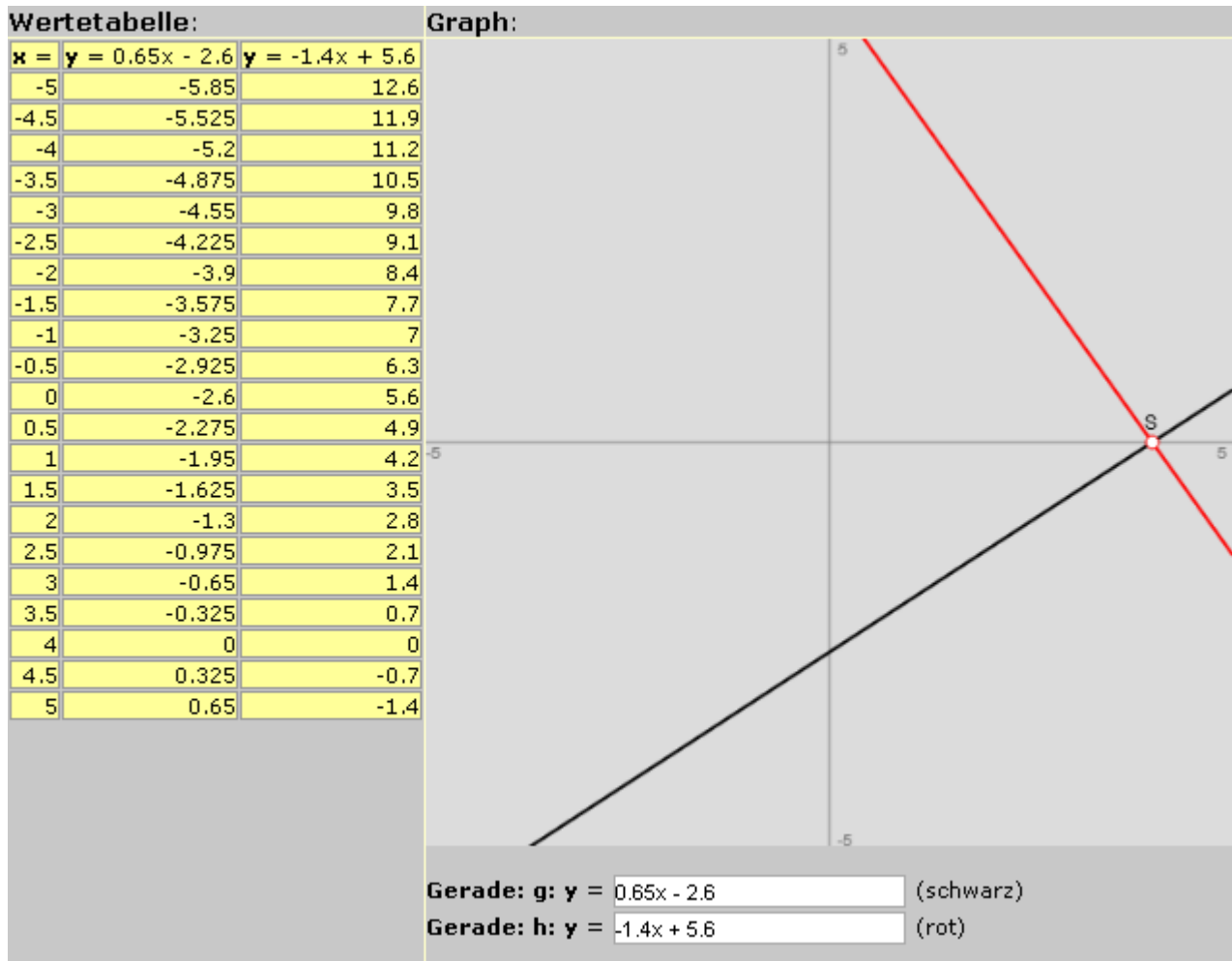
so dass $S(4|0)$ der Schnittpunkt der beiden Geraden g und h ist.

III. Orthogonalität: Mit $m_1 = 0,65$ und $m_2 = -1,4$ gilt:

$$m_1 \cdot m_2 = 0,65 \cdot (-1,4) = -0,91 \neq -1 \Rightarrow \text{Geraden stehen nicht senkrecht aufeinander.}$$

(Der Schnittwinkel zwischen den Geraden beträgt: $\varphi = 87,49^\circ$)

IV. Wir führen noch Wertetabellen und Graphen der Geraden $g: y = 0,65x - 2,6$ und $h: y = -1,4x + 5,6$ an:



www.michael-buhlmann.de / 11.2016 / Aufgabe 274