

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: Zeichne die in der allgemeinen Form vorgegebene Gerade

$$g: \frac{3}{8}x + \frac{1}{2}y - 8 = 0$$

in ein passendes x-y-Koordinatensystem. Wo schneidet die Gerade die Achsen des Koordinatensystems?

Lösung: I. a) Eine lineare Gleichung $g: Ax + By + C = 0$ (*) heißt allgemeine Form einer Geraden in einem x-y-Koordinatensystem. Bei reellem $B \neq 0$ lässt sich die Gleichung (*) umstellen zur

Haupt- oder Normalform der Geraden: $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ mit Steigung $m = -\frac{A}{B}$ und y-Achsen-

abschnitt $b = -\frac{C}{B}$.

b) Die Funktionsvorschrift einer Geraden als linearer Funktion ist ein (Funktions-) Term von der (Haupt-) Form $y = mx + b$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y (Geradengleichung). Die reelle Zahl m bezeichnet die Steigung, die Zahl b den y-Achsenabschnitt der Geraden. Da durch zwei Punkte im kartesischen Koordinatensystem genau eine Gerade geht, kann mit Hilfe der Punkte $P(0|b)$ (y-Achsenabschnittspunkt) und $Q(1|m+b)$ (Steigungsdreieck der Geraden) die Gerade gezeichnet werden.

c) Die Schnittpunkte einer Geraden $y = mx + b$ mit den Achsen errechnen sich wie folgt:

y-Achse: $x = 0 \Rightarrow y = b \Rightarrow Q(0|b)$ (als y- Achsenabschnittspunkt)

x-Achse: $y = 0 \Rightarrow x = -b/m \Rightarrow N(-b/m|0)$ (als Nullstelle).

II. Wir formen von der allgemeinen in die Hauptform der Geraden g um:

$$\frac{3}{8}x + \frac{1}{2}y - 8 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}y = -\frac{3}{8}x + 8 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + 16$$

und können die Gerade $g: y = -\frac{3}{4}x + 16$ als lineare Funktion mit Steigung $m = -\frac{3}{4}$ und y-

Achsenabschnitt $b = 16$ jetzt gut zeichnerisch erfassen und beschreiben.

III. Schnittpunkte mit den Achsen des Koordinatensystems berechnen wir über die Hauptform der

Geraden $g: y = -\frac{3}{4}x + 16$. Den Schnittpunkt mit der y-Achse, d.h. den y-Achsenabschnittspunkt,

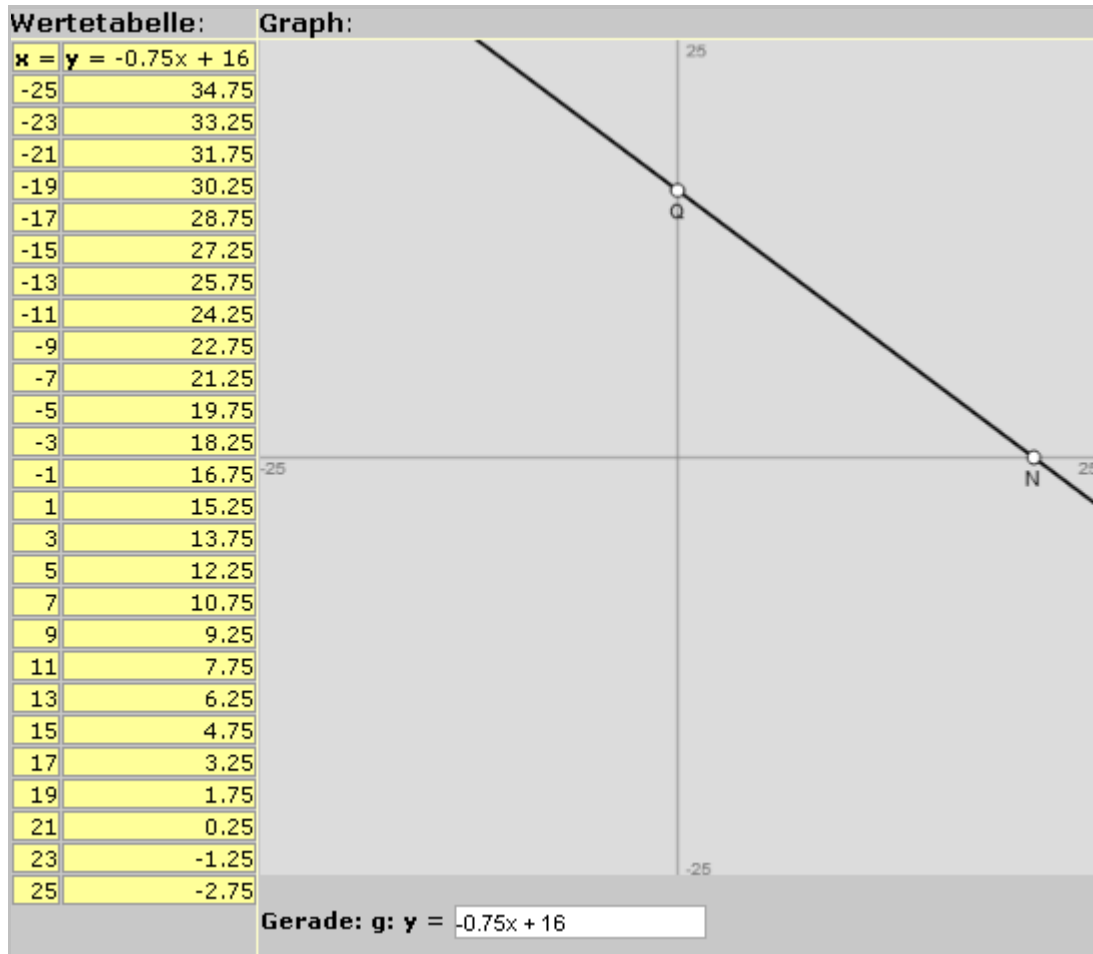
erhalten wir, wenn wir $x = 0$ in den Funktionsterm einsetzen, also:

$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{4} \cdot 0 + 16 = 16 \Rightarrow Q(0|16).$$

Der Schnittpunkt mit der x-Achse, d.h. die Nullstelle der Gerade, errechnet sich aus dem Nullsetzen der Geradengleichung, also:

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{3}{4}x + 16 = 0 \Rightarrow -3x + 64 = 0 \Rightarrow 64 = 3x \Rightarrow x = 64/3 \Rightarrow N(64/3|0).$$

IV. Wir führen Wertetabelle und Graph der Geraden $g: \frac{3}{8}x + \frac{1}{2}y - 8 = 0$ bzw. $g: y = -\frac{3}{4}x + 16$ mit den Achsenschnittpunkten $Q(0|16)$ und $N(64|3|0)$ an:



www.michael-buhlmann.de / 11.2016 / Aufgabe 277