Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Funktionen
> Geraden

Aufgabe: Wie lautet die zur Geraden g: $y = 3x – 4$ parallele Gerade h, die durch den Scheitelpunkt der Parabel p: $f(x) = 2x^2 – 4x + 5$ verläuft?

Lösung: I. Geraden g: $y = m_1x + c_1$ und h: $y = m_2x + c_2$ mit m_1, m_2 als Geradensteigungen und c_1, c_2 als y-Achsenabschnitte sind zueinander parallel, wenn ihre Geradensteigungen übereinstimmen: $m_1 = m_2$. Parallele Geraden unterscheiden sich demnach durch ihre y- Achsenabschnitte. Ist eine Gerade g: $y = m_1x + c_1$ vorgegeben sowie ein Punkt $P(x_0|y_0)$, der nicht auf der Geraden g liegt, so ist die zu g parallele Gerade h: $y = m_2x + c_2$ vermöge $m_2 = m_1$ und Punktprobe mit dem Punkt P gemäß:

$$P(x_0|y_0) \text{ -> Punktprobe -> h: } y_0 = m_2x_0 + c_2 \Leftrightarrow c_2 = y_0 – m_2x_0$$

zu bilden.

II. Zunächst ist der Scheitelpunkt der Parabelfunktion $f(x) = 2x^2 – 4x + 5$ zu bestimmen. Die Koordinaten x_s, y_s des Scheitelpunkts lassen sich für Parabeln $f(x) = ax^2 + bx + c$ bestimmen als:

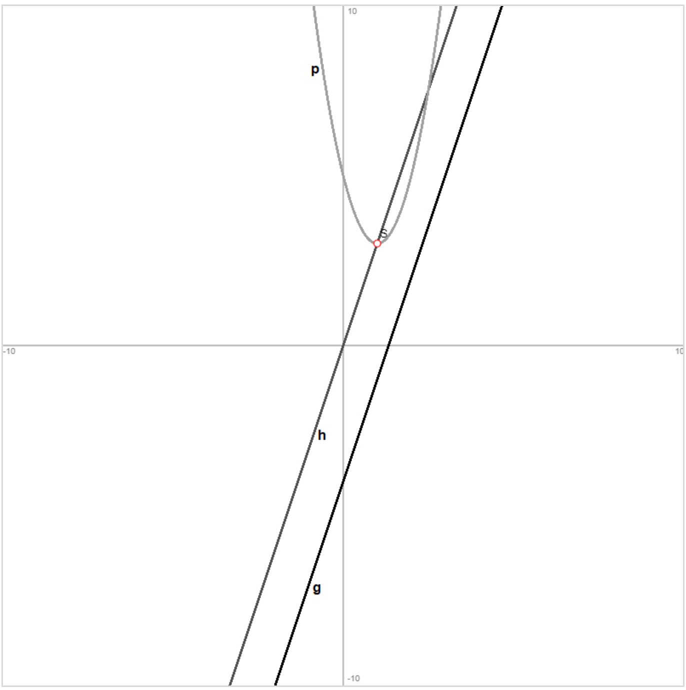
$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2\cdot 2} = 1$ => $y_S = f(1) = 2\cdot 1^2 – 4\cdot 1 + 5 = 3$,

so dass sich als Scheitelpunkt S(1|3) ergibt.

III. Gemäß I. haben wir für die Gerade h den Ansatz: h: $y = mx + c$, wobei wegen der Parallelität zur Geraden g: $y = 3x – 4$ die Steigung $m = 3$ ist und damit: h: $y = 3x + c$. Zur Bestimmung des y-Achsenabschnitts c der Geraden h setzen wir vermittelst Punktprobe den gefundenen Scheitelpunkt S(1|3) der Parabel ein und erhalten:

S(1|3) -> $3 = 3\cdot 1 + c \Leftrightarrow 3 = 3 + c \Leftrightarrow c = 0$.

Die gesuchte Gerade h lautet also: h: $y = 3x$ und ist eine Ursprungsgerade.



www.michael-buhlmann.de / 10.2021 / Aufgabe 1477