

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden

Aufgabe: Bestimme den Funktionsterm der Geraden durch die Punkte $P(-3|-2)$ und $Q(1|3)$.

Lösung: I. Die Funktionsvorschrift einer allgemeinen Geraden ist ein (Funktions-) Term von der Form $g: y = mx + c$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y (Geradengleichung). Sind hinsichtlich einer Geradenbestimmung zwei Punkte $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ gegeben, so ermittelt sich die Gerade gemäß der Zweipunkteform durch Errechnen der Geradensteigung

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (\text{mit Hilfe der Koordinaten der Punkte } P, Q), \text{ durch Einsetzen von } m \text{ in die Geradengleichung } y = mx + c \text{ und durch anschließende Punktprobe mit dem Punkt } P(x_1|y_1) \text{ (oder } Q);$$

Umstellen der Gleichung $y_1 = mx_1 + c$ (oder $y_2 = mx_2 + c$) ergibt den Wert des y -Achsenabschnitts $c = y_1 - mx_1$ (oder $c = y_2 - mx_2$).

II. Berechnung der Geradengleichung: Gesucht ist die Geradengleichung einer Geraden g durch die Punkte $P(-3|-2)$, $Q(1|3)$ (Zweipunkteform der Geradengleichung). Es gilt der Ansatz für die Geradengleichung: $g: y = mx + c$ mit den zu bestimmenden Größen m (Steigung), c (y -Achsenabschnitt). Berechnung:

$$g: y = mx + c \quad (\text{Ansatz})$$

Punkt $P(-3|-2) \rightarrow x_1 = -3, y_1 = -2$; Punkt $Q(1|3) \rightarrow x_2 = 1, y_2 = 3 \rightarrow$ Einsetzen (Steigungsformel) \rightarrow

Steigung $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = (3 - (-2))/(1 - (-3)) = 1.25 \rightarrow$ Einsetzen (Steigung) \rightarrow

$$y = 1.25x + c$$

Punkt $P(-3|-2) \rightarrow x = -3, y = -2 \rightarrow$ Einsetzen (Punktprobe) \rightarrow

$$-2 = 1.25 \cdot (-3) + c \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$-2 = -3.75 + c \quad | +3.75$$

$$1.75 = c$$

Geradengleichung: $m = 1.25, c = 1.75 \rightarrow g: y = 1.25x + 1.75$.

