

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Geraden

**Aufgabe:** Zeichne den Graphen der Geraden  $g: y = -x + 2$  in ein rechtwinkliges  $x$ - $y$ -Koordinatensystem ein.

**Lösung:** I. Eine Gerade (lineare Funktion) als mathematische Funktion hat den Funktionsterm (Funktionsgleichung, Funktionsvorschrift)  $y = mx + c$ , wobei die reelle Zahl  $c$  den  $y$ -Achsenabschnitt der Gerade, also den Schnittpunkt des Graphen mit der  $y$ -Achse darstellt, die reelle Zahl  $m$  die Steigung als  $(x-, y-)$  Richtung des Graphen im Koordinatensystem.

Zur Darstellung des Graphen einer Geraden  $y = mx + c$  in einem rechtwinkligen  $x$ - $y$ -Koordinatensystem ist auf die Zahlen  $m$  und  $c$  zu verweisen. Die Zahl  $c$  gibt den Schnittpunkt des Graphen mit der  $y$ -Achse an, so dass im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem im Ursprung ( $c = 0$ ), auf dem positiven Teil der  $y$ -Achse ( $c > 0$ ) oder auf dem negativen Teil der  $y$ -Achse ( $c < 0$ ) der  $y$ -Achsenabschnittspunkt  $S_y(0|c)$  einzutragen ist.

Wir verwenden nun noch die Steigung  $m$ , die im Fall einer rationalen Zahl  $m$ , als Bruch  $m = p/q$  (mit  $p$  als ganzer,  $q$  als natürlicher Zahl) dargestellt werden kann. Der Bruch steht für das sog. Steigungsdreieck der Geraden, d.h. für ein rechtwinkliges Dreieck, das  $q$  Längeneinheiten in  $x$ -Richtung und  $p$  Längeneinheiten in  $y$ -Richtung groß ist. Die linke Ecke dieses Dreiecks sei der  $y$ -Achsenabschnittspunkt  $S_y(0|c)$ . Geht man im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem vom Punkt  $S_y(0|c)$  in horizontaler Richtung  $q$  Längeneinheiten nach rechts und in vertikaler Richtung  $p$  Längeneinheiten nach oben ( $m > 0$ ) bzw. nach unten ( $m < 0$ ), so erhält man den zweiten, oberen bzw. unteren Punkt im Steigungsdreieck, der auch auf dem Graphen der Geraden liegt. Der Graph der Geraden ist die über die beiden Punkte hinausgehende Verbindung zwischen den Punkten.

Angemerkt sei noch, dass wenn die Steigung  $m$  eine ganze Zahl ist, diese als Bruch  $m/1$  dargestellt werden kann (mit 1 Längeneinheit in  $x$ -Richtung und  $m$  Längeneinheiten in  $y$ -Richtung nach oben bzw. unten im Steigungsdreieck).

II. Die Gerade  $y = -x + 2 = -1x + 2$  hat die Steigung  $m = -1$  und den  $y$ -Achsenabschnitt  $c = 2$ . Den  $y$ -Achsenabschnittspunkt  $S_y(0|2)$  tragen wir im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem auf der  $y$ -Achse 2 Längeneinheiten unter den Koordinatenursprung ein. Den zweiten Geradenpunkt erhalten wir, wenn wir unter Verwendung des Steigungsdreieckes die Steigung  $m = -1 = -1/1$  visualisieren. Vom  $y$ -Achsenabschnittspunkt  $S_y(0|2)$  gehen wir somit im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem 1 Längeneinheit nach rechts und 1 Längeneinheit nach unten. Wir erhalten damit den Graphen der Geraden:

