

# Mathematikaufgaben

## > Natürliche Zahlen

### > Größter gemeinsamer Teiler zweier natürlicher Zahlen

---

**Aufgabe:** Bestimme für die zwei (natürlichen) Zahlen 8 und 20 den größten gemeinsamen Teiler.

**Lösung:** I. Das kleinste gemeinsame Vielfache  $\text{kgV}(m,n)$  von zwei natürlichen Zahlen  $m, n$  kann bestimmt werden, indem die Zahlenreihen der Vielfachen von  $m$  und  $n$  miteinander verglichen werden (Multiplikationen im Einmaleins: 1 mal  $m$ , 2 mal  $m$ , 3 mal  $m$ , ..., 1 mal  $n$ , 2 mal  $n$ , 3 mal  $n$ , ... oder: wiederholtes Addieren der Zahl  $m$  bzw.  $n$  zur Reihe:  $m, m+m=2m, 2m+m=3m, \dots, n, n+n=2n, 2n+n=3n, \dots$ ). Das kleinste gemeinsame Vielfache ist die kleinste Zahl, die in beiden Reihen zugleich auftritt. Ist das kleinste gemeinsame Vielfache  $\text{kgV}(m,n)$  ermittelt, so ergibt sich der größte gemeinsame Teiler  $\text{ggT}(m,n)$  als Produkt der natürlichen Zahlen  $m, n$  dividiert durch das kleinste gemeinsame Vielfache  $\text{kgV}(m,n)$ , also:  $\text{ggT}(m,n) = m \cdot n / \text{kgV}(m,n)$ .

II. Nach dem eben Gesagten ergeben sich für die beiden natürlichen Zahlen 8 und 20 die Reihen  $1 \cdot 8, 2 \cdot 8, 3 \cdot 8, \dots$  und  $1 \cdot 20, 2 \cdot 20, 3 \cdot 20, \dots$  oder  $8, 8+8, 8+8+8, \dots$  und  $20, 20+20, 20+20+20, \dots$ :

1)  $\text{kgV}(8, 20) = ?$

1. Zahl: 8

Reihe der Vielfachen: 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | ...

2. Zahl: 20

Reihe der Vielfachen: 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | ...

->  $\text{kgV}(8, 20) = 40$

(als gleiche Zahl in beiden Zahlenreihen, unterstrichen).

2)  $\text{ggT}(8, 20) = ?$

->  $\text{ggT}(8, 20) = 8 \cdot 20 / 40 = 4$ .

Der größte gemeinsame Teiler der (natürlichen) Zahlen 8 und 20 ist:  $\text{ggT}(8, 20) = 4$ .