

Mathematikaufgaben

> Natürliche Zahlen

> Größter gemeinsamer Teiler zweier natürlicher Zahlen

Aufgabe: Bestimme für die zwei (natürlichen) Zahlen 12 und 32 den größten gemeinsamen Teiler.

Lösung: I. Das kleinste gemeinsame Vielfache $\text{kgV}(m,n)$ von zwei natürlichen Zahlen m, n kann bestimmt werden, indem die Zahlenreihen der Vielfachen von m und n miteinander verglichen werden (Multiplikationen im Einmaleins: 1 mal m , 2 mal m , 3 mal m , ..., 1 mal n , 2 mal n , 3 mal n , ... oder: wiederholtes Addieren der Zahl m bzw. n zur Reihe: $m, m+m=2m, 2m+m=3m, \dots, n, n+n=2n, 2n+n=3n, \dots$). Das kleinste gemeinsame Vielfache ist die kleinste Zahl, die in beiden Reihen zugleich auftritt. Ist das kleinste gemeinsame Vielfache $\text{kgV}(m,n)$ ermittelt, so ergibt sich der größte gemeinsame Teiler $\text{ggT}(m,n)$ als Produkt der natürlichen Zahlen m, n dividiert durch das kleinste gemeinsame Vielfache $\text{kgV}(m,n)$, also: $\text{ggT}(m,n) = m \cdot n / \text{kgV}(m,n)$.

II. Nach dem eben Gesagten ergeben sich für die beiden natürlichen Zahlen 12 und 32 die Reihen $1 \cdot 12, 2 \cdot 12, 3 \cdot 12, \dots$ und $1 \cdot 32, 2 \cdot 32, 3 \cdot 32, \dots$ oder $12, 12+12, 12+12+12, \dots$ und $32, 32+32, 32+32+32, \dots$:

1) $\text{kgV}(12, 32) = ?$

1. Zahl: 12

Reihe der Vielfachen: 12 | 24 | 36 | 48 | 60 | 72 | 84 | 96 | 108 | 120 | 132 | ...

2. Zahl: 32

Reihe der Vielfachen: 32 | 64 | 96 | 128 | 160 | 192 | ...

-> $\text{kgV}(12, 32) = 96$

(als gleiche Zahl in beiden Zahlenreihen, unterstrichen).

2) $\text{ggT}(12, 32) = ?$

-> $\text{ggT}(12, 32) = 12 \cdot 32 / 96 = 4$.

Der größte gemeinsame Teiler der (natürlichen) Zahlen 12 und 32 ist: $\text{ggT}(12, 32) = 4$.