

Mathematikaufgaben

> Natürliche Zahlen

> Größter gemeinsamer Teiler zweier natürlicher Zahlen

Aufgabe: Bestimme für die zwei (natürlichen) Zahlen 35 und 65 den größten gemeinsamen Teiler.

Lösung: I. Das kleinste gemeinsame Vielfache $\text{kgV}(m,n)$ von zwei natürlichen Zahlen m, n kann bestimmt werden, indem die Zahlenreihen der Vielfachen von m und n miteinander verglichen werden (Multiplikationen im Einmaleins: 1 mal m , 2 mal m , 3 mal m , ..., 1 mal n , 2 mal n , 3 mal n , ... oder: wiederholtes Addieren der Zahl m bzw. n zur Reihe: $m, m+m=2m, 2m+m=3m, \dots, n, n+n=2n, 2n+n=3n, \dots$). Das kleinste gemeinsame Vielfache ist die kleinste Zahl, die in beiden Reihen zugleich auftritt. Ist das kleinste gemeinsame Vielfache $\text{kgV}(m,n)$ ermittelt, so ergibt sich der größte gemeinsame Teiler $\text{ggT}(m,n)$ als Produkt der natürlichen Zahlen m, n dividiert durch das kleinste gemeinsame Vielfache $\text{kgV}(m,n)$, also: $\text{ggT}(m,n) = m \cdot n / \text{kgV}(m,n)$.

II. Nach dem eben Gesagten ergeben sich für die beiden natürlichen Zahlen 35 und 65 die Reihen $1 \cdot 35, 2 \cdot 35, 3 \cdot 35, \dots$ und $1 \cdot 65, 2 \cdot 65, 3 \cdot 65, \dots$ oder $35, 35+35, 35+35+35, \dots$ und $65, 65+65, 65+65+65, \dots$:

1) $\text{kgV}(35, 65) = ?$

1. Zahl: 35

Reihe der Vielfachen: 35 | 70 | 105 | 140 | 175 | 210 | 245 | 280 | 315 | 350 | 385 | 420 | 455 | 490 | 525 | 560 | ...

2. Zahl: 65

Reihe der Vielfachen: 65 | 130 | 195 | 260 | 325 | 390 | 455 | 520 | 585 | 650 | ...

-> $\text{kgV}(35, 65) = 455$

(als gleiche Zahl in beiden Zahlenreihen, unterstrichen).

2) $\text{ggT}(35, 65) = ?$

-> $\text{ggT}(35, 65) = 35 \cdot 65 / 455 = 5$.

Der größte gemeinsame Teiler der (natürlichen) Zahlen 35 und 65 ist: $\text{ggT}(35, 65) = 5$.