

# Mathematikaufgaben

## > Natürliche Zahlen

## > Größter gemeinsamer Teiler zweier natürlicher Zahlen

---

**Aufgabe:** Bestimme für die zwei (natürlichen) Zahlen 35 und 65 den größten gemeinsamen Teiler.

**Lösung:** I. Das kleinste gemeinsame Vielfache  $\text{kgV}(m,n)$  von zwei natürlichen Zahlen  $m, n$  kann bestimmt werden, indem die Zahlenreihen der Vielfachen von  $m$  und  $n$  miteinander verglichen werden (Multiplikationen im Einmaleins: 1 mal  $m$ , 2 mal  $m$ , 3 mal  $m$ , ..., 1 mal  $n$ , 2 mal  $n$ , 3 mal  $n$ , ... oder: wiederholtes Addieren der Zahl  $m$  bzw.  $n$  zur Reihe:  $m, m+m=2m, 2m+m=3m, \dots, n, n+n=2n, 2n+n=3n, \dots$ ). Das kleinste gemeinsame Vielfache ist die kleinste Zahl, die in beiden Reihen zugleich auftritt. Ist das kleinste gemeinsame Vielfache  $\text{kgV}(m,n)$  ermittelt, so ergibt sich der größte gemeinsame Teiler  $\text{ggT}(m,n)$  als Produkt der natürlichen Zahlen  $m, n$  dividiert durch das kleinste gemeinsame Vielfache  $\text{kgV}(m,n)$ , also:  $\text{ggT}(m,n) = m \cdot n / \text{kgV}(m,n)$ .

II. Nach dem eben Gesagten ergeben sich für die beiden natürlichen Zahlen 35 und 65 die Reihen  $1 \cdot 35, 2 \cdot 35, 3 \cdot 35, \dots$  und  $1 \cdot 65, 2 \cdot 65, 3 \cdot 65, \dots$  oder  $35, 35+35, 35+35+35, \dots$  und  $65, 65+65, 65+65+65, \dots$  :

1)  $\text{kgV}(35, 65) = ?$

1. Zahl: **35**

Reihe der Vielfachen: 35 70 105 140 175 210 245 280 315 350 385 420 455 490 525 560 ...

2. Zahl: **65**

Reihe der Vielfachen: 65 130 195 260 325 390 455 520 585 650 ...

->  $\text{kgV}(35, 65) = 455$

(als gleiche Zahl in beiden Zahlenreihen, unterstrichen).

2)  $\text{ggT}(35, 65) = ?$

->  $\text{ggT}(35, 65) = 35 \cdot 65 / 455 = 5$ .

Der größte gemeinsame Teiler der (natürlichen) Zahlen 35 und 65 ist:  $\text{ggT}(35, 65) = 5$ .