

Mathematikaufgaben

> Vektorrechnung

> Geraden/Ebenen

Aufgabe: Bestimme den Schnittpunkt (Durchstoßpunkt) der Geraden g und der Ebenen E mit:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Lösung: Gleichsetzen der Geraden- und Ebenengleichung in Parameterform ergibt das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$-r + s + t = 1, -t = 0, r + s + 2t = 1 \Leftrightarrow$$

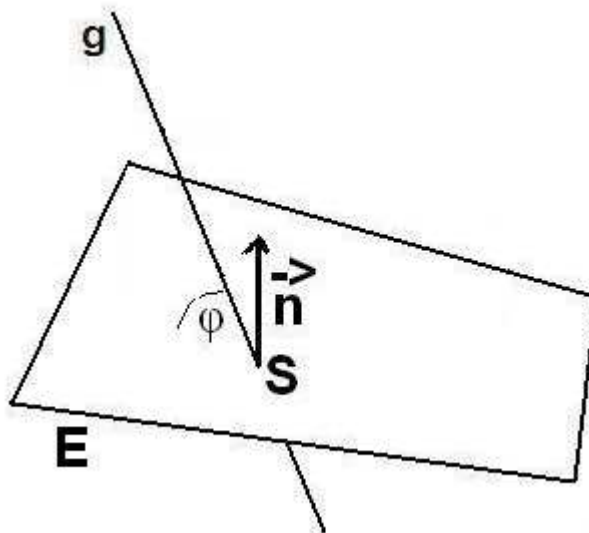
$$t = 0, -r + s = 1, r + s = 1 \Leftrightarrow$$

$$t = 0, 2s = 2, r + s = 1 \Leftrightarrow$$

$$t = 0, s = 1, r = 0$$

Wir benutzen nur den r -Wert, um diesen in die Geradengleichung einzusetzen, und erhalten für

den Schnittpunkt S : $\vec{OS} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, also: $S(2|1|0)$.



07.2014 / Aufgabe 21