

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden/Parabeln

Aufgabe: Bestimme die Schnittpunkte der Parabel $f(x) = x^2 + 2x + 3$ mit der Geraden $g(x) = 6x + 3$.

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter errechenbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{array}{ll} f(x) = g(x) & \\ x^2 + 2x + 3 = 6x + 3 & | -3 \\ x^2 + 2x = 6x & | -6x \\ x^2 - 4x = 0 & \text{(Ausklammern)} \\ x(x-4) = 0 & \text{(Satz vom Nullprodukt)} \\ x = 0, x-4 = 0 & | +4 \\ x = 0, x = 4 & \text{Lösungen: } x_1 = 0, x_2 = 4 \end{array}$$

III. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte lassen sich durch Einsetzen der gefundenen x -Werte $x_1 = 0, x_2 = 4$ in den Funktionsterm der Geraden ermitteln:

$$x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = g(0) = 6 \cdot 0 + 3 = 3 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P_1(0|3)$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow y_2 = g(4) = 6 \cdot 4 + 3 = 27 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P_2(4|27)$$

Die Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade lauten damit: $P_1(0|3), P_2(4|27)$.

