

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden/Parabeln

Aufgabe: Bestimme die Schnittpunkte zwischen der Parabel $f(x) = 0,5x^2 - 2x + 5$ und der Geraden $g(x) = -3x + 9$.

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter erreichbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 0,5x^2 - 2x + 5 &= -3x + 9 && | -9 \\ 0,5x^2 - 2x - 4 &= -3x && | +3x \\ 0,5x^2 + x - 4 &= 0 && \text{(abc-Formel: } a = 0,5, b = 1, c = -4) \end{aligned}$$
$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot (-4)}}{2 \cdot 0,5} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{1} = -1 \pm \sqrt{9} = -1 \pm 3$$
$$x_1 = -1-3 = -4, x_2 = -1+3 = 2 \quad \text{Lösungen: } x_1 = -4, x_2 = 2$$

III. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte lassen sich durch Einsetzen der gefundenen x -Werte $x_1 = -4, x_2 = 2$ in den Funktionsterm der Geraden ermitteln:

$$x_1 = -4 \Rightarrow y_1 = g(-4) = -3 \cdot (-4) + 9 = 21 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P_1(-4|21)$$
$$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = g(2) = -3 \cdot 2 + 9 = 3 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P_2(2|3)$$

Die Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade lauten damit: $P_1(-4|21), P_2(2|3)$.

