

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden/Parabeln

Aufgabe: Bestimme die Schnittpunkte zwischen der Parabel $f(x) = -x^2 + 3x + 11$ und der Geraden $g(x) = x + 8$.

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter erreichbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$f(x) = g(x)$$

$$-x^2 + 3x + 11 = x + 8$$

$$-x^2 + 3x + 3 = x$$

$$-x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$| -8$$

$$| -x$$

$$(abc\text{-Formel: } a = -1, b = 2, c = 3)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = 1 \pm 2$$

$$x_1 = 1 - 2 = -1, x_2 = 1 + 2 = 3$$

$$\text{Lösungen: } x_1 = -1, x_2 = 3$$

III. Die y -Koordinaten der Schnittpunkte lassen sich durch Einsetzen der gefundenen x -Werte $x_1 = -1, x_2 = 3$ in den Funktionsterm der Geraden ermitteln:

$$x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = g(-1) = -1 + 8 = 7 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P_1(-1|7)$$

$$x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = g(3) = 3 + 8 = 11 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P_2(3|11)$$

Die Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade lauten damit: $P_1(-1|7), P_2(3|11)$.

