Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Bestimmtes Integral

Aufgabe: Zu berechnen ist das bestimmte Integral

$$\int_0^2 \left(\frac{1}{2}x^3 - 4x + 1\right)dx.$$

Lösung: I. Wir bestimmen zunächst unter Verwendung der Summen-, Faktor- und Potenzregel für das Aufleiten:

a) $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ (Summenregel)

b) $\int rf(x)dx = r\int f(x)dx$ (Faktorregel)

c) $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$ (n ≠ -1) (Potenzregel)

zum Integranden $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x + 1$ die Stammfunktion F(x) als:

$$F(x) = \int \left(\frac{1}{2}x^3 - 4x + 1\right)dx = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}x^4 - 4\cdot\frac{1}{2}x^2 + 1\cdot x = \frac{1}{8}x^4 - 2x^2 + x.$$

II. Wir berechnen unter Verwendung der Stammfunktion das bestimmte Integral:

$$\int_0^2 \left(\frac{1}{2}x^3 - 4x + 1\right)dx = \left[\frac{1}{8}x^4 - 2x^2 + x\right]_0^2 = \left(\frac{1}{8}\cdot 2^4 - 2\cdot 2^2 + 2\right) - \left(\frac{1}{8}\cdot 0^4 - 2\cdot 0^2 + 0\right) = \frac{16}{8} - 8 + 2 - 0 = -4$$

gemäß der nachstehenden Vorgehensweise:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

(Stammfunktion bestimmen, Einsetzen der oberen und unteren Grenze des bestimmten Integrals in die Stammfunktion, Ausrechnen der Differenz zwischen Stammfunktionswert der oberen und Stammfunktionswert der unteren Grenze).

www.michael-buhlmann.de / 12.2015 / Aufgabe 145