

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Bestimmtes Integral

Aufgabe: Zu berechnen ist das bestimmte Integral

$$\int_1^e \frac{1-x}{x} dx.$$

Lösung: Wir berechnen unter Verwendung der Summen- und Potenzregel für das Aufleiten:

a) $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ (Summenregel)

b) $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ ($n \neq -1$), $\int x^{-1} dx = \ln|x|$ (Potenzregel)

sowie auf Grund der Termumformung des Integranden $\frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x} = \frac{1}{x} - 1$ (Aufteilung des Bruchs in zwei Brüchen, wenn der Nenner eine Potenz von x ist) das bestimmte Integral:

$$\int_1^e \frac{1-x}{x} dx = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - 1 \right) dx = [\ln|x| - x]_1^e = (\ln e - e) - (\ln 1 - 1) = (1 - e) - (0 - 1) = 1 - e - (0 - 1) = 1 - e + 1 = 2 - e$$

(besondere Werte: $\ln 1 = 0$, $\ln e = 1$) gemäß der nachstehenden Vorgehensweise:

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

(Stammfunktion bestimmen, Einsetzen der oberen und unteren Grenze des bestimmten Integrals in die Stammfunktion, Ausrechnen der Differenz zwischen Stammfunktionswert der oberen und Stammfunktionswert der unteren Grenze).