

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Bestimmtes Integral

Aufgabe: Zu berechnen ist das bestimmte Integral

$$\int_{-1}^1 \frac{4}{5} (3x+2)^3 dx.$$

Lösung: Wir berechnen unter Verwendung der umgekehrten Ketten-, der Faktor- und Potenzregel für das Aufleiten:

a) $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b)$ (Kettenregel)

b) $\int rf(x)dx = r \int f(x)dx$ (Faktorregel)

c) $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ ($n \neq -1$) (Potenzregel)

das bestimmte Integral:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \frac{4}{5} (3x+2)^3 dx &= \left[\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} (3x+2)^4 \cdot \frac{1}{3} \right]_{-1}^1 = \left[\frac{1}{15} (3x+2)^4 \right]_{-1}^1 = \frac{1}{15} (3 \cdot 1 + 2)^4 - \frac{1}{15} (3 \cdot (-1) + 2)^4 = \\ &= \frac{1}{15} \cdot 5^4 - \frac{1}{15} \cdot (-1)^4 = \frac{625}{15} - \frac{1}{15} = \frac{624}{15} = \frac{208}{5} \end{aligned}$$

gemäß der nachstehenden Vorgehensweise:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

(Stammfunktion bestimmen, Einsetzen der oberen und unteren Grenze des bestimmten Integrals in die Stammfunktion, Ausrechnen der Differenz zwischen Stammfunktionswert der oberen und Stammfunktionswert der unteren Grenze).