Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Bestimmtes Integral

Aufgabe: Zu berechnen ist das bestimmte Integral

$$\int_0^{\ln 5} \frac{4}{3} e^{2x} dx.$$

Lösung: Wir berechnen unter Verwendung der umgekehrten Kettenregel und der Faktorregel für das Integrieren sowie der Regel für das Aufleiten von e-Funktionen:

a) $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b)$ (Kettenregel)

b) $\int rf(x)dx = r\int f(x)dx$ (Faktorregel)

c) $\int e^x dx = e^x$ (Regel für die e-Funktion)

das bestimmte Integral:

$$\int_0^{\ln 5} \frac{4}{3} e^{2x} dx = \left[\frac{4}{3} e^{2x} \cdot \frac{1}{2}\right]_0^{\ln 5} = \left[\frac{2}{3} e^{2x}\right]_0^{\ln 5} = \frac{2}{3} e^{2\ln 5} - \frac{2}{3} e^{2\cdot 0} = \frac{2}{3} e^{\ln 5^2} - \frac{2}{3} e^0 = \frac{2}{3} e^{\ln 25} - \frac{2}{3} =$$
$$\frac{2}{3} \cdot 25 - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 24 = 16$$

mit Hilfe der Logarithmengesetze: $\ln(a^r) = r \cdot \ln a$ und $e^{\ln a} = a$ gemäß der nachstehenden Vorgehensweise:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

(Stammfunktion bestimmen, Einsetzen der oberen und unteren Grenze des bestimmten Integrals in die Stammfunktion, Ausrechnen der Differenz zwischen Stammfunktionswert der oberen und Stammfunktionswert der unteren Grenze).

www.michael-buhlmann.de / 12.2015 / Aufgabe 150