

# Mathematikaufgaben

## > Analysis

### > Bestimmtes Integral

---

**Aufgabe:** Zu berechnen ist das bestimmte Integral

$$\int_5^{10} \left( x - \frac{50}{x^2} \right) dx.$$

**Lösung:** I. Wir bestimmen unter Verwendung der Summenregel, der Faktorregel sowie der Potenzregel für das Integrieren:

a)  $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$  (Summenregel)

b)  $\int r f(x) dx = r \int f(x) dx$  (Faktorregel)

c)  $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$  ( $n \neq -1$ ),  $\int x^{-1} dx = \ln|x|$  (Potenzregel)

die Stammfunktion der Funktion  $f(x) = x - \frac{50}{x^2}$  im bestimmten Integral mit:

$$f(x) = x - \frac{50}{x^2} = x - 50x^{-2} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} x^2 - \frac{50}{-1} x^{-1} = \frac{1}{2} x^2 + 50x^{-1} = \frac{1}{2} x^2 + \frac{50}{x},$$

wobei Potenzgesetze ( $1/x^2 = x^{-2}$ ,  $x^{-1} = 1/x$ ) Verwendung finden.

II. Das bestimmte Integral errechnet sich mit Hilfe der Stammfunktion als:

$$\int_5^{10} \left( x - \frac{50}{x^2} \right) dx = \left[ \frac{1}{2} x^2 + \frac{50}{x} \right]_5^{10} = \left( \frac{1}{2} \cdot 10^2 + \frac{50}{10} \right) - \left( \frac{1}{2} \cdot 5^2 + \frac{50}{5} \right) = (50 + 5) - (12,5 + 10) = 55 - 22,5 = 32,5$$

gemäß der nachstehenden Vorgehensweise:

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

(Stammfunktion bestimmen, Einsetzen der oberen und unteren Grenze des bestimmten Integrals in die Stammfunktion, Ausrechnen der Differenz zwischen Stammfunktionswert der oberen und Stammfunktionswert der unteren Grenze).